数　学　活　用　能　力　検　査
Mathematics Academic Performance Test

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までです。日本語の問題は 1 ページから 4 ページまでです。

2　日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。

3　検査時間は 60 分です。

4　声を出して読んではいけません。

5　**必ず出願時に申請（しんせい）した言語で答えなさい。**それ以外の言語で答えた場合は，採点の対象となりません。

6　**受検番号**を解答用紙の決められた欄（らん）に記入しなさい。

7　答えに分数が含（ふく）まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

8　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

9　答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。

10　答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

Instructions

1　Answer all questions in sections $\boxed{1}$ to $\boxed{4}$. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.

2　The contents of both tests are the same in Japanese and English.

3　The examination duration is **60** minutes.

4　Do not read anything aloud.

5　**Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.

6　Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.

7　If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**

8　If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator**. Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.

9　If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.

10　Write clearly all your answers in the designated places on the answer sheet and **submit only the answer sheet.**

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $2\sqrt{6}(5\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}\left(2+4\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 4(2x-y)+2y=1 \\ 20x+2(x-3y)=5 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 二次方程式 $\dfrac{1}{3}x^2+5x+\dfrac{4}{3}=2x-\dfrac{1}{3}x^2$ を解け。

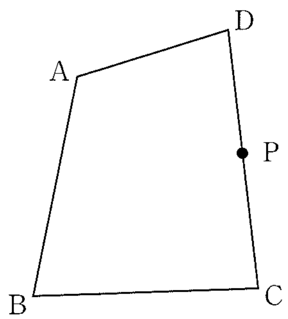
〔問 4〕 1 から 6 までの目の出る大小一つずつのさいころを同時に 1 回投げるとき，少なくとも一つのさいころの出る目が奇数で，二つのさいころの出る目の和が偶数(ぐうすう)になる確率を求めよ。

ただし，大小二つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で，点 P は四角形 ABCD の辺 CD 上の点である。

解答欄(かいとうらん)にある図をもとにして，四角形 ABCD を頂点 A が点 P に重なるように 1 回だけ折るとき，折り目と重なる直線 ℓ を，定規とコンパスを用いて作図し，直線 ℓ を表す文字 ℓ も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図1**で，点Oは原点，直線ℓは一次関数 $y=\frac{3}{2}x+3$ のグラフを表している。

直線ℓとx軸との交点をAとする。

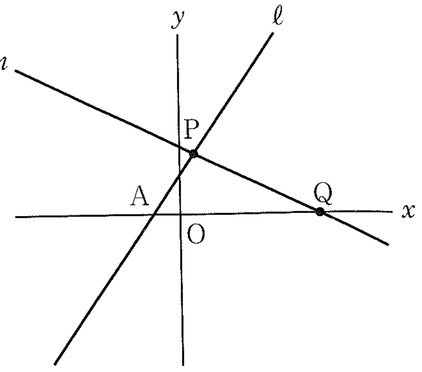
直線ℓ上にあり，y座標が正の数である点をPとする。

x軸上にあり，x座標が点Aより大きい点をQとする。

2点P，Qを通る直線をmとする。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離を，それぞれ1 cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 直線mが $y=-\frac{1}{2}x+5$ であるとき，△PAQの面積を求めよ。

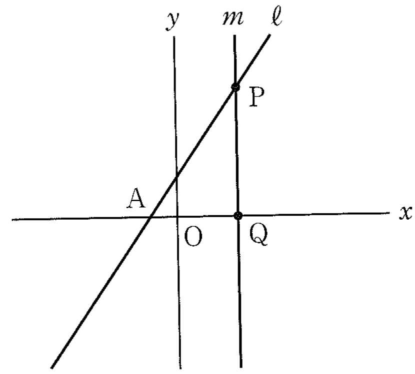
〔問2〕 点Qのx座標が5で，△PAQの面積が21 cm^2のとき，直線mの式を求めよ。

〔問3〕 右の**図2**は，**図1**において，2点P，Qのx座標が等しい場合を表している。

△PAQの面積が $\frac{16}{3}$ cm^2 となるとき，点Pの座標を求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2



3 右の**図１**で，点Ｏは線分ABを直径とする円の中心であり，点Cは$\overset{\frown}{AB}$上の点で，点A，点Bのいずれにも一致（いっち）しない。

点Dは点Cを含（ふく）まない$\overset{\frown}{AB}$上の点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。

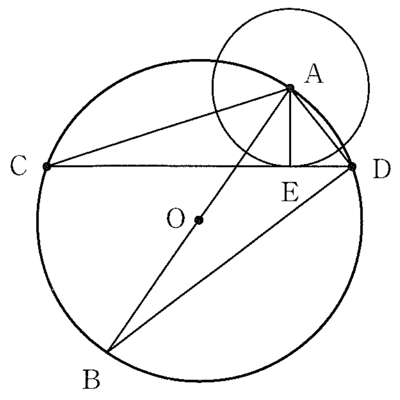
点Aと点C，点Aと点D，点Bと点D，点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。

点Aを中心とし，線分CDに接する円を円Aとし，円Aと線分CDとの接点をEとする。

点Aと点Eを結ぶ。

次の各問に答えよ。

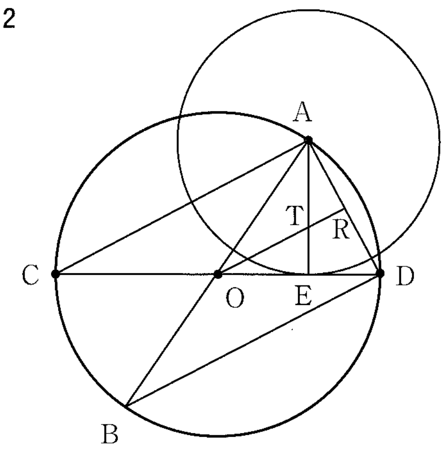
図１



〔問１〕 △ACE∽△ABDであることを証明せよ。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，線分CDが点Ｏを通るとき，点Ｏから線分ADに引いた垂線と線分ADとの交点をR，線分ORと線分AEの交点をTとした場合を表している。

図２



次の（１），（２）に答えよ。

（１）∠ACO＝a°とするとき，∠ATRの大きさをaを用いた式で表せ。

（２）OE：ED＝３：２，△ABDの面積をSとするとき，四角形RTEDの面積を，Sを用いた式で表せ。

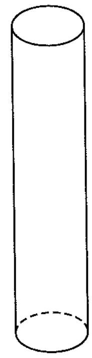
4 右の**図 1** に示した立体は，底面の半径が 2 cm，深さが 20 cm の円柱の容器であり，底面が水平になるように置かれたものである。

容器の厚みは考えないものとする。

次の各問に答えよ。

ただし，円周率は π とする。

図 1

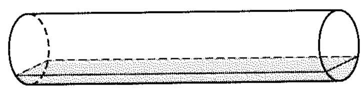


〔問 1〕 **図 1** の容器を満水にしたあと，ふたをせずに静かに 45° 傾けると，水の一部がこぼれた。
容器に残る水の体積は何 cm^3 か。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** の容器にいくらか水を入れたあとにふたをして静かに真横に倒し，二つの底面がそれぞれ水平な地面に垂直になるように置き，水面が静止した場合を表している。

円柱の側面のうち水に触れている部分の面積が 20π cm^2 のとき，容器の中の水の体積は何 cm^3 か。

図 2

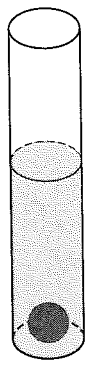


〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，水面が底面から 10 cm の位置になるまで水を入れたあと，水の中に半径が 1 cm の球を静かに入れ，球の全体が水中に沈み，容器の底で静止した場合を表している。

水面は球を入れる直前より何 cm 上昇したか。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3



1 Answer the following questions.

〔Question 1〕 Simplify $2\sqrt{6}\,(5\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}\left(2+4\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$

〔Question 2〕 Solve the simultaneous equations $\begin{cases} 4(2x-y)+2y=1 \\ 20x+2(x-3y)=5 \end{cases}$ for x and y.

〔Question 3〕 Solve the quadratic equation $\dfrac{1}{3}x^2+5x+\dfrac{4}{3}=2x-\dfrac{1}{3}x^2$ for x.

〔Question 4〕 One large fair die and one small fair die, both numbered 1 to 6, are thrown once simultaneously and topmost numbers of the dice are recorded.

Find the probability that at least one of the recorded numbers is odd, and the sum of the two recorded numbers is even.

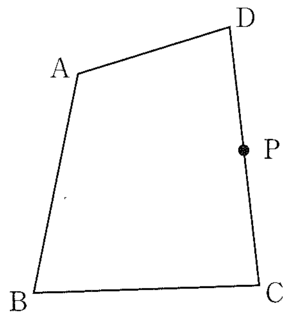
〔Question 5〕 The figure on the right shows quadrilateral ABCD.

Let P be a point on side CD.

Let ℓ be a line created after folding quadrilateral ABCD such that vertex A coincides with point P. The quadrilateral ABCD is folded only once.

On the answer sheet, construct line ℓ, and label the line with letter ℓ.

Use a ruler and a compass to construct the answer. Do not erase the lines you have drawn in the process of your construction.



2 **Figure 1** on the right shows the graph where line ℓ represents the linear function $y = \frac{3}{2}x + 3$. The point O represents the origin.

Let A be the intersection of line ℓ and the x-axis.

Let P be a point on line ℓ with positive y-coordinate.

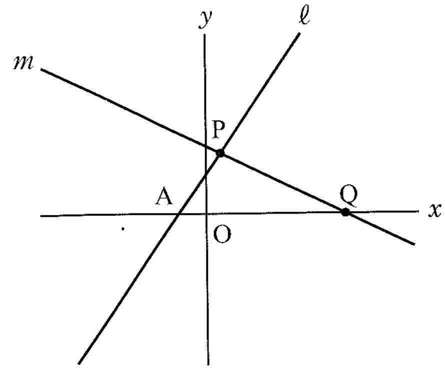
Let Q be a point on x-axis with its x-coordinate greater than the x-coordinate of point A.

Let m be a line that passes through points P and Q.

Assume the distance between the origin and the point (1, 0), and the distance between the origin and the point (0, 1), are both 1 cm.

Answer the following questions.

Figure 1



〔Question 1〕 Find the area of triangle PAQ when the equation of line m is $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

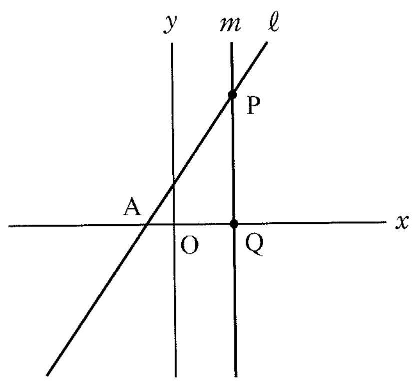
〔Question 2〕 Find the equation of line m when the x-coordinate of point Q is 5 and the area of triangle PAQ is 21 cm^2.

〔Question 3〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1** where the x-coordinates of points P and Q are equal.

Find the coordinates of point P when the area of triangle PAQ is $\frac{16}{3}$ cm^2.

You must show your working in the answer space.

Figure 2



3 **Figure 1** on the right shows a circle with center O and line segment AB as its diameter.

Let C and D be points on the circumference of circle O on opposite sides of diameter AB. Points C and D are neither points A nor B.

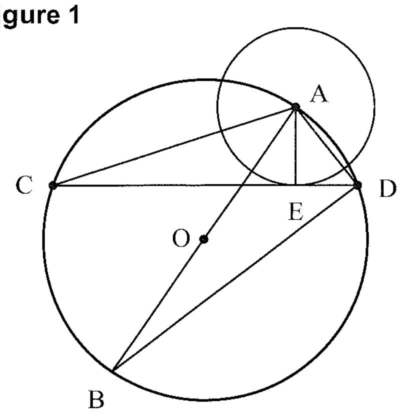
Connect points A and C, points A and D, points B and D, and points C and D.

Let a circle with center A that is tangent to line segment CD be circle A. Circle A is tangent to line segment CD at E.

Connect points A and E.

Answer the following questions.

Figure 1



〔Question 1〕 Prove that triangle ACE is similar to triangle ABD.

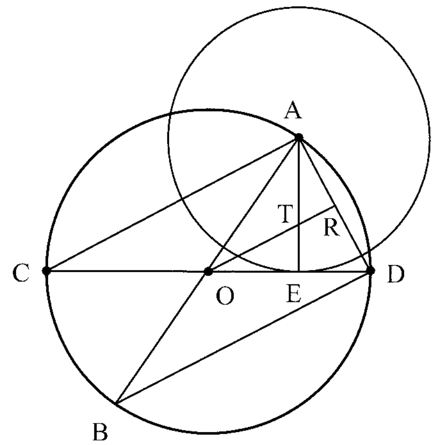
〔Question 2〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1** where line segment CD passes through point O.

Let R be the point where the perpendicular dropped from point O to line segment AD meets line segment AD.

Let T be the intersection of line segments OR and AE.

Answer (1) and (2).

Figure 2



(1) When the magnitude of angle ACO is a°, find the magnitude of angle ATR in terms of a.

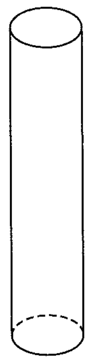
(2) When the area of triangle ABD is S and OE : ED = 3 : 2, find the area of quadrilateral RTED in terms of S.

4 **Figure 1** on the right shows a cylindrical container, open at one end, with a depth of 20 cm, and base of 2 cm radius.

The container is placed such that the base is parallel to level ground, and the thickness of the container is negligible.

Use the exact value of π for your answers and answer the following questions.

Figure 1



〔Question 1〕 The container in **Figure 1** was fully filled with water.

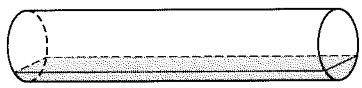
The container was tilted at an angle of 45° without sealing the open end, and some volume of water spilled out from the container.

Find the volume of water remaining in the container.

〔Question 2〕 **Figure 2** on the right shows the case where some amount of water was added to the container in **Figure 1**, and then the open end is sealed.

It is then placed on level ground such that both of the bases are perpendicular to the ground and the side face is in contact with the ground. The container is left in such a position for a while until the water surface settles to its stationary position.

Figure 2



Find the volume of water in the container when the total area of the side face that is in contact with water is $20\pi \text{cm}^2$.

〔Question 3〕 **Figure 3** on the right shows the case in **Figure 1** where water is poured into the container such that the water surface is 10 cm above base. Then a ball with 1 cm radius is gently added into the container until it has fully submerged and settled at the bottom of the container.

Find the difference in water surface level before and after the ball is added.

You must show your working in the answer space.

Figure 3