

# 数 学 活 用 能 力 検 査

## Mathematics Academic Performance Test

### 注 意

- 1 問題は **1** から **4** までです。日本語の問題は 1 ページから 4 ページまでです。
- 2 日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。
- 3 検査時間は **60** 分です。
- 4 声を出して読むではいけません。
- 5 **必ず出願時に申請した言語で答えなさい。** それ以外の言語で答えた場合は、採点の対象となりません。
- 6 **受検番号** を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。
- 7 答えに分数が含まれるときは、**それ以上約分できない形で表しなさい。**
- 8 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。** また、根号の中は最も小さい整数にしなさい。
- 9 答えを直すときは、きれいに消してから、新しい答えを書きなさい。
- 10 答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し、**解答用紙だけを提出しなさい。**

### Instructions

- 1 Answer all questions in sections **1** to **4**. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.
- 2 The contents of both tests are the same in Japanese and English.
- 3 The examination duration is **60** minutes.
- 4 Do not read anything aloud.
- 5 **Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.
- 6 Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.
- 7 If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**
- 8 If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator.** Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.
- 9 If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.
- 10 Write clearly all your answers in the designated spaces on the answer sheet and **submit only the answer sheet.**

1

次の各問に答えよ。

〔問 1〕  $\sqrt{2} - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{3}}$  を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式  $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{5}y = 36 \\ \frac{5}{6}x - \frac{3}{4}y = -15 \end{cases}$  を解け。

〔問 3〕 二次方程式  $3(2x+3)(x-4) + 10x = (3x+4)(x+3)$  を解け。

〔問 4〕 袋の中に、赤玉、白玉、合わせて 40 個の玉が入っている。このうちの  $\frac{1}{5}$  は赤玉である。

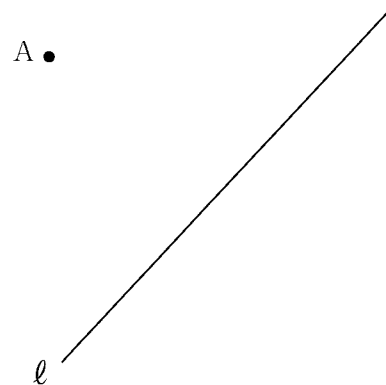
A さんが、この袋の中から 1 個の玉を取り出したところ、白玉であった。この玉を袋に戻さずに、B さんが 1 個の玉を取り出すとき、B さんが取り出す玉も白玉である確率を求めよ。

ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で、点 A は直線  $\ell$  上にない点である。

解答欄に示した図をもとにして、点 A を 1 つの頂点とし、1 辺が直線  $\ell$  に重なる正三角形を、定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の図1で、点Oは原点、曲線  $\ell$  は  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) のグラフ、曲線  $m$  は  $y = -\frac{1}{2}x^2$  のグラフを表している。

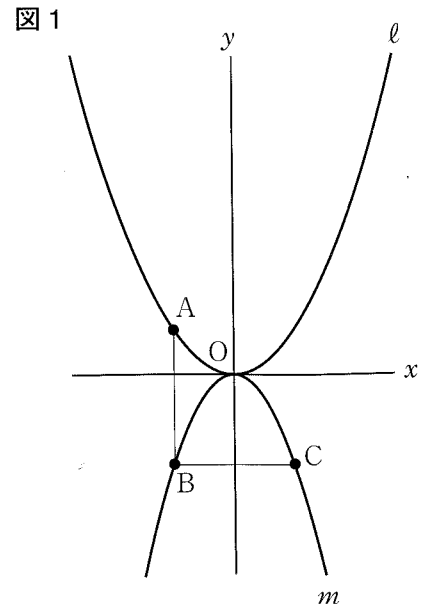
点Aは曲線  $\ell$  上にあり、 $x$  座標は  $-3$  である。

点Bは曲線  $m$  上にあり、 $x$  座標は点Aの  $x$  座標と等しい。

点Cは曲線  $m$  上にあり、 $y$  座標は点Bの  $y$  座標と等しい。

点Aと点B、点Bと点Cをそれぞれ結ぶ。

原点から点  $(1, 0)$  までの距離、および原点から点  $(0, 1)$  までの距離を、それぞれ  $1 \text{ cm}$  として、次の各問に答えよ。



〔問1〕  $AB = BC$  のとき、 $a$  の値を求めよ。

〔問2〕 右の図2は、図1において、 $a = \frac{1}{4}$  のとき、

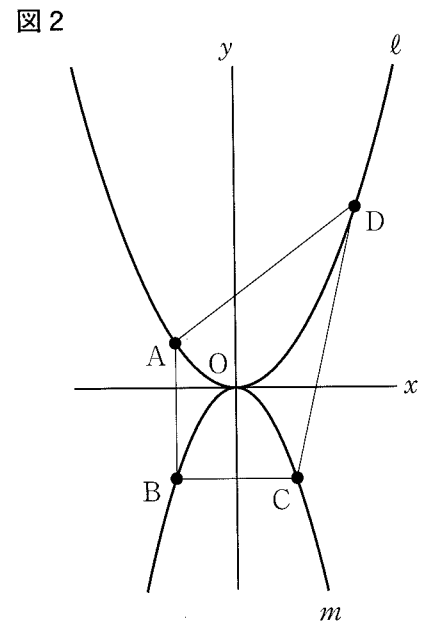
曲線  $\ell$  上にあり、 $x$  座標が正の数である点をDとし、点Cと点D、点Dと点Aをそれぞれ結んだ場合を表している。

次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 点Dの  $y$  座標が4のとき、2点C、Dを通る直線の式を求めよ。

(2) 四角形ABCDの面積が  $54 \text{ cm}^2$  のとき、点Dの  $x$  座標を求めよ。

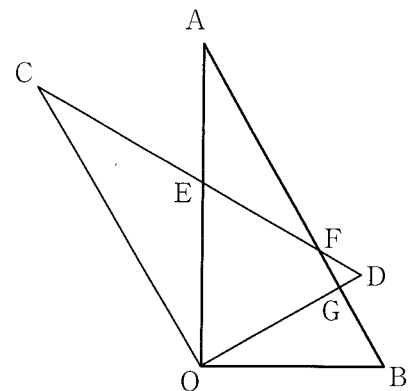
ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。



3 右の図で、 $\triangle AOB$  は、 $\angle AOB = 90^\circ$ 、 $\angle ABO = 60^\circ$  の直角三角形であり、 $\triangle COD$  は、 $\triangle AOB$  を、頂点  $O$  を回転の中心として反時計回りに  $a^\circ$  ( $0 < a < 60$ ) 回転させた三角形である。

辺  $AO$  と辺  $CD$ 、辺  $AB$  と辺  $CD$ 、辺  $AB$  と辺  $OD$  との交点をそれぞれ  $E$ 、 $F$ 、 $G$  とする。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕  $a = 15$  のとき、 $CO = AG$  となることを証明せよ。

〔問 2〕 頂点  $O$  と点  $F$  を結んだ場合を考える。

$a = 24$  のとき、 $\angle EOF$  の大きさは何度か。

〔問 3〕  $a = 30$ 、 $OB = 2 \text{ cm}$  のとき、四角形  $EOGF$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

4

右の図に示した立体  $ABC-DEF$  は、

$$AB = BC = BE = 10 \text{ cm},$$

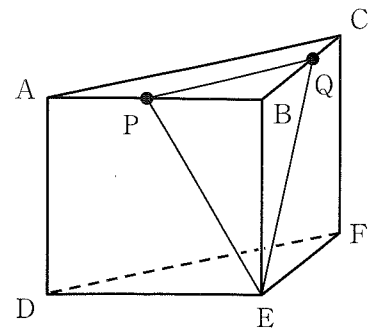
$\angle ABC = \angle ABE = \angle CBE = 90^\circ$  の三角柱である。

点  $P$  は辺  $AB$  上にある点で、頂点  $A$ 、頂点  $B$  のいずれにも一致しない。

点  $Q$  は辺  $BC$  上にある点で、点  $P$  と点  $Q$  を結んだ線分  $PQ$  は  $PQ = 10 \text{ cm}$  である。

頂点  $E$  と点  $P$ 、頂点  $E$  と点  $Q$  をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕  $AP = 2 \text{ cm}$  のとき、立体  $E-BQP$  の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

〔問 2〕  $BP = BQ$  のとき、立体  $E-BQP$  の 6 本の辺の長さの和は何  $\text{cm}$  か。

ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕 点  $P$  が辺  $AB$  の中点となるとき、 $\triangle PEQ$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

1

Answer the following questions.

[Question 1 ] Simplify  $\sqrt{2} - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3} + 2}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} + 3}{\sqrt{3}}$

[Question 2 ] Solve  $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{3}{5}y = 36 \\ \frac{5}{6}x - \frac{3}{4}y = -15 \end{cases}$  for  $x$  and  $y$ .

[Question 3 ] Solve the quadratic equation  $3(2x+3)(x-4) + 10x = (3x+4)(x+3)$  for  $x$ .

[Question 4 ] There are red balls and white balls in a bag. There are 40 balls in the bag in total where  $\frac{1}{5}$  of them are red balls.

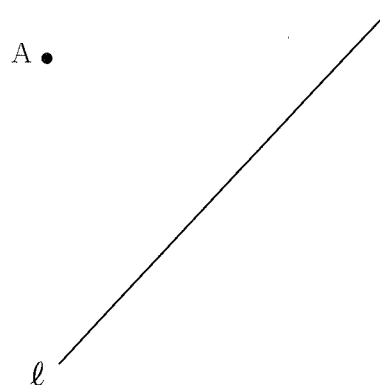
Consider the case where person A picked a ball from the bag and it was a white ball, and then without returning this ball to the bag person B picks a ball from the bag.

Find the probability that person B also picks a white ball, assuming each ball is equally likely to be drawn.

[Question 5 ] The figure on the right shows point A which is a point that is not on line  $\ell$ .

On the answer sheet, construct an equilateral triangle where one of its vertices is point A and one of its sides is on line  $\ell$ .

Use a ruler and a compass to construct the answer. Do not erase the lines you have drawn in the process of your construction.



2

**Figure 1** on the right shows the graph where curve  $\ell$  and curve  $m$  represent the function  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) and  $y = -\frac{1}{2}x^2$ , respectively. The point  $O$  represents the origin.

Let  $A$  be a point on curve  $\ell$  with  $x$  coordinate of  $-3$ .

Let  $B$  be a point on curve  $m$  with the same  $x$  coordinate as point  $A$ .

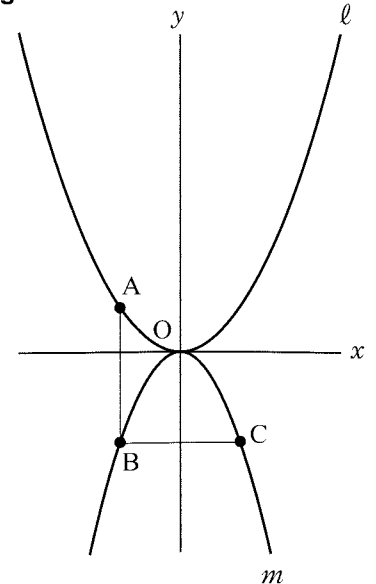
Let  $C$  be a point on curve  $m$  with the same  $y$  coordinate as point  $B$ .

Connect points  $A$  and  $B$ , and points  $B$  and  $C$ .

Assume the distance between the origin and the point  $(1, 0)$ , and the distance between the origin and the point  $(0, 1)$ , are both 1 cm.

Answer the following questions.

**Figure 1**



[Question 1 ] Find the value of  $a$  when  $AB = BC$ .

[Question 2 ] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**

where  $a = \frac{1}{4}$ .

Let  $D$  be a point on curve  $\ell$  with positive  $x$  coordinate.

Connect points  $C$  and  $D$ , and points  $D$  and  $A$ .

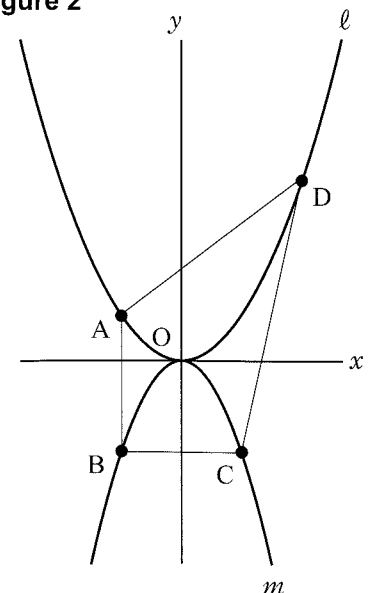
Answer ( 1 ) and ( 2 ).

( 1 ) Find the equation of a line that passes through points  $C$  and  $D$  when the  $y$  coordinate of point  $D$  is 4.

( 2 ) Find the  $x$  coordinate of point  $D$  such that the area of quadrilateral  $ABCD$  becomes  $54 \text{ cm}^2$ .

You must show your working in the answer space.

**Figure 2**



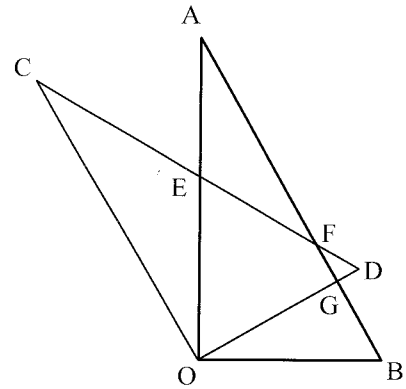
**3**

The figure on the right shows a right-angle triangle AOB where angle AOB =  $90^\circ$  and angle ABO =  $60^\circ$ .

Triangle COD is a triangle obtained by rotating triangle AOB  $a^\circ$  ( $0 < a < 60$ ) anticlockwise about vertex O.

Let the intersections of sides AO and CD, sides AB and CD, and sides AB and OD be E, F and G respectively.

Answer the following questions.



[Question 1 ] Prove that  $CO = AG$  when  $a = 15$ .

[Question 2 ] Consider the case where vertex O and point F are connected.  
Find the magnitude of angle EOF when  $a = 24$ .

[Question 3 ] Find the area of quadrilateral EOGF when  $a = 30$  and  $OB = 2$  cm.



4

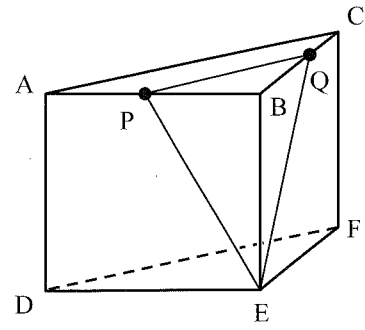
The figure on the right shows a solid ABC-DEF which is a triangular prism with  $AB = BC = BE = 10$  cm and  $\text{angle } ABC = \text{angle } ABE = \text{angle } CBE = 90^\circ$ .

Let P be a point on side AB which is neither vertices A nor B.

Let Q be a point on side BC such that  $PQ = 10$  cm, where PQ is a line segment obtained by connecting points P and Q.

Connect vertex E and point P, and vertex E and point Q.

Answer the following questions.



[Question 1 ] Find the volume of solid E-BQP when  $AP = 2$  cm.

[Question 2 ] Find the sum of the lengths of 6 sides of solid E-BQP when  $BP = BQ$ .  
You must show your working in the answer space.

[Question 3 ] Find the area of triangle PEQ when point P is the mid-point of side AB.