(05-4月国際 IB)

数　学　活　用　能　力　検　査
Mathematics Academic Performance Test

注　意

1 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までです。日本語の問題は **1** ページから **4** ページまでです。

2 日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。

3 検査時間は **60** 分です。

4 声を出して読んではいけません。

5 **必ず出願時に申請した言語で答えなさい。**それ以外の言語で答えた場合は，採点の対象となりません。

6 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

7 答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

8 答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

9 答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。

10 答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

Instructions

1 Answer all questions in sections $\boxed{1}$ to $\boxed{4}$. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.

2 The contents of both tests are the same in Japanese and English.

3 The examination duration is **60** minutes.

4 Do not read anything aloud.

5 **Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.

6 Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.

7 If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**

8 If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator**. Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.

9 If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.

10 Write clearly all your answers in the designated spaces on the answer sheet and **submit only the answer sheet**.

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{x+5}{\sqrt{5}}+\dfrac{2(x+3)}{\sqrt{20}}+\dfrac{9(x-1)}{\sqrt{45}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 4y+20=3(2x-4) \\ \dfrac{y+5}{6}=\dfrac{5x-3}{3}-\dfrac{3x+4}{2} \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 二次方程式 $(x-4)^2-3(x-4)+2=0$ を解け。

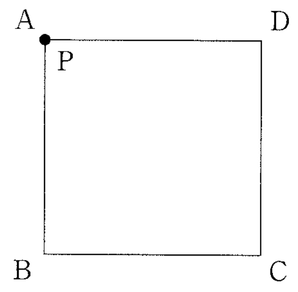
〔問 4〕 右の**図 1** で，四角形ABCDは正方形で，点Pは，頂点Aから四角形ABCDの頂点を反時計回りに進む点である。

1から6までの目の出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

点Pが，大きいさいころの出た目の数と小さいさいころの出た目の数の和だけ，四角形ABCDの頂点を反時計回りに進むとき，点Pが頂点D以外の頂点にある確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいこととする。

図 1



〔問 5〕 右の**図 2** のように，直線 ℓ 上に2点A，Bがある。

解答欄に示した図をもとにして，AB = BC，∠ABC = 135° となる点Cを1つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Cの位置を示す文字Cも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

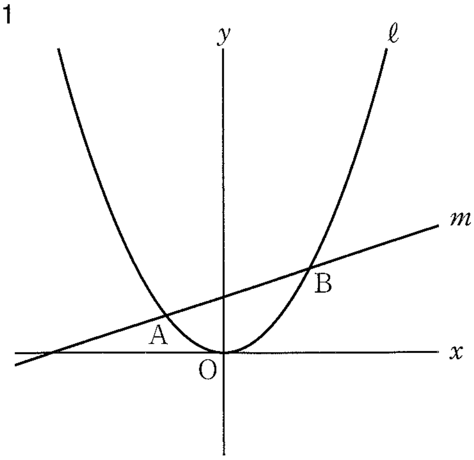
図 2

2 右の**図１**で，点Ｏは原点，曲線 ℓ は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ，直線 m は一次関数 $y=bx+c$ $(c>0)$ のグラフを表している。

曲線 ℓ と直線 m との交点のうち，x 座標が負の数である点をＡ，x 座標が正の数である点をＢとする。

原点から点（1, 0）までの距離，および原点から点（0, 1）までの距離を，それぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図１

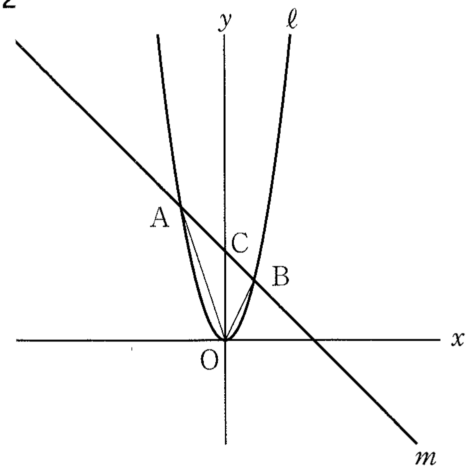


〔問１〕 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域が $0 \leqq y \leqq \dfrac{3}{2}$ となる a の値を求めよ。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，$a=1$，点Ａと点Ｂの x 座標がそれぞれ -6，4 のとき，直線 m と y 軸との交点をＣとし，点Ａと点Ｏ，点Ｂと点Ｏを結んだ場合を表している。

次の（１），（２）に答えよ。

図２



（１） 点Ａを通り，△ＯＡＢの面積を２等分する直線の式を求めよ。

（２） 曲線 ℓ 上にあり，x 座標が -6 より大きく４より小さい点をＰとし，点Ｂと点Ｐ，点Ｃと点Ｐをそれぞれ結んだ場合を考える。

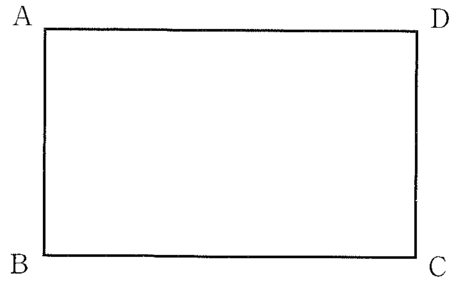
△ＢＰＣの面積が 32 cm^2 となるとき，点Ｐの x 座標を全て求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

3 右の**図1**で，四角形ABCDは，AB＜ADの長方形である。

次の各問に答えよ。

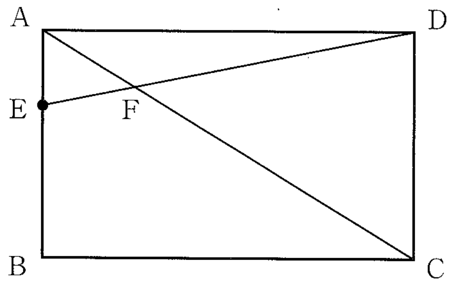
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺AB上にあり，AE：EB＝1：2となる点をEとし，頂点Aと頂点C，頂点Dと点Eをそれぞれ結び，線分ACと線分DEとの交点をFとした場合を表している。

△AEFの面積をSとするとき，四角形BCFEの面積をSを用いた式で表せ。

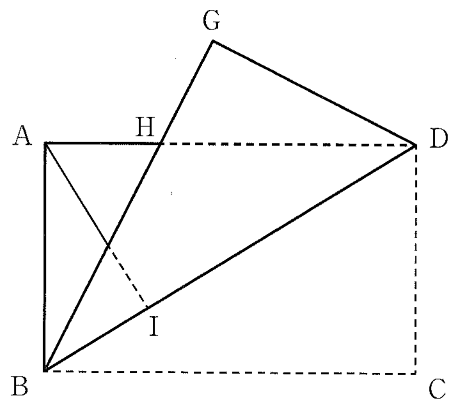
図2



〔問2〕 右の**図3**は，**図1**において，頂点Bと頂点Dを結び，頂点Aから線分BDに垂線を引き，その交点をIとし，四角形ABCDを線分BDを折り目として折り，頂点Cが移動した先を頂点G，辺ADと辺BGとの交点をHとした場合を表している。

次の（1），（2）に答えよ。

図3



（1） △ABI∽△BDGであることを証明せよ。

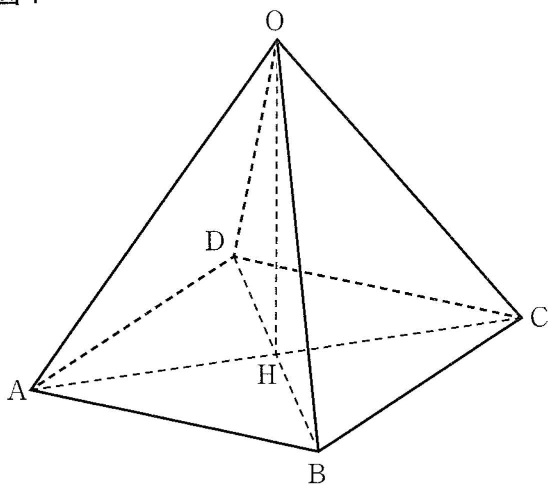
（2） AB＝6 cm，BC＝9 cmのとき，△BDHの面積は何cm^2か。

4 右の**図1**に示した立体O－ABCDは，一辺の長さが6 cmの正方形ABCDを底面とする正四角すいである。

頂点Aと頂点C，頂点Bと頂点Dをそれぞれ結び，線分ACと線分BDとの交点をHとし，頂点Oと点Hを結ぶ。

OH＝6 cmのとき，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 立体O－ABCDの表面積は何cm^2か。

〔問2〕 **図1**において，辺OB上にあり，頂点B，頂点Oのいずれにも一致しない点をPとし，頂点Aと点P，頂点Cと点Pをそれぞれ結び，AP＋PC＝ℓ cmとした場合を考える。

ℓの値が最も小さくなる場合のℓの値を求めよ。

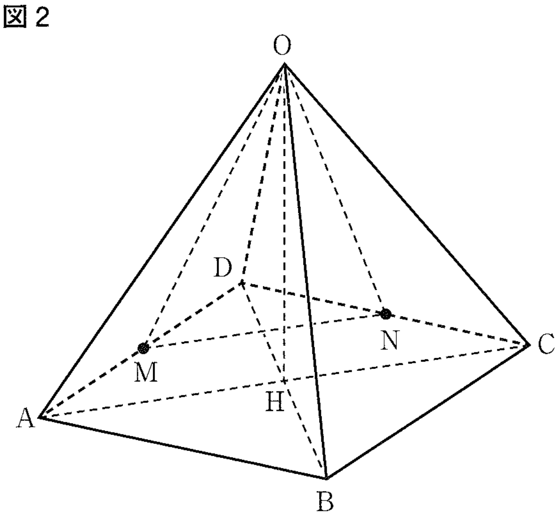
〔問3〕 右の**図2**は，**図1**において，辺AD，辺CDの中点をそれぞれM，Nとし，頂点Oと点M，頂点Oと点N，点Mと点Nをそれぞれ結んだ場合を表している。

頂点Bから面OMNに垂線を引き，面OMNとの交点をEとした場合を考える。

線分BEの長さは何cmか。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2



1 Answer the following questions.

〔Question 1〕 Simplify $\dfrac{x+5}{\sqrt{5}}+\dfrac{2(x+3)}{\sqrt{20}}+\dfrac{9(x-1)}{\sqrt{45}}$

〔Question 2〕 Solve $\begin{cases} 4y+20=3(2x-4) \\ \dfrac{y+5}{6}=\dfrac{5x-3}{3}-\dfrac{3x+4}{2} \end{cases}$ for x and y.

〔Question 3〕 Solve the quadratic equation $(x-4)^2-3(x-4)+2=0$ for x.

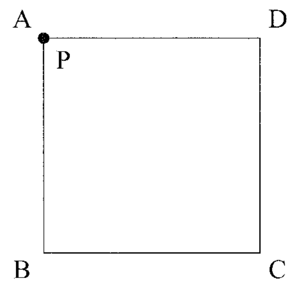
〔Question 4〕 Quadrilateral ABCD shown in **Figure 1** on the right is a square.

Consider the case where one large fair die and one small fair die, both numbered 1 to 6, are rolled once simultaneously.

Let P be a point which moves from one vertex to another vertex of quadrilateral ABCD anticlockwise starting from vertex A.

When point P moves along the vertices of quadrilateral ABCD according to the sum of the numbers shown on the small and large dice, find the probability that point P is on other vertices except on vertex D, assuming the numbers on each die is equally likely to be rolled.

Figure 1

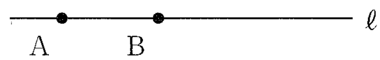


〔Question 5〕 **Figure 2** on the right shows line ℓ. Points A and B are on line ℓ.

On the answer sheet, construct a point C such that AB = BC and angle ABC = 135° and label the point with letter C.

Use a ruler and a compass to construct the answer. Do not erase the lines you have drawn in the process of your construction.

Figure 2



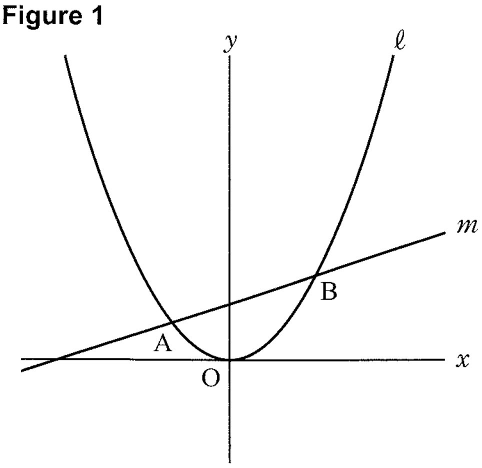
2 **Figure 1** on the right shows the graph where curve ℓ represents the function $y = ax^2$ $(a > 0)$ and line m represents the linear function $y = bx + c$ $(c > 0)$. The point O represents the origin.

Let the intersection of curve ℓ and line m with negative x-coordinate be A, and let the intersection with positive x-coordinate be B.

Assume the distance between the origin and the point $(1, 0)$, and the distance between the origin and the point $(0, 1)$, are both 1 cm.

Answer the following questions.

Figure 1



〔Question 1〕 When the domain of x for curve ℓ is $-3 \leqq x \leqq 2$, find the value of a such that the range of y is $0 \leqq y \leqq \frac{3}{2}$.

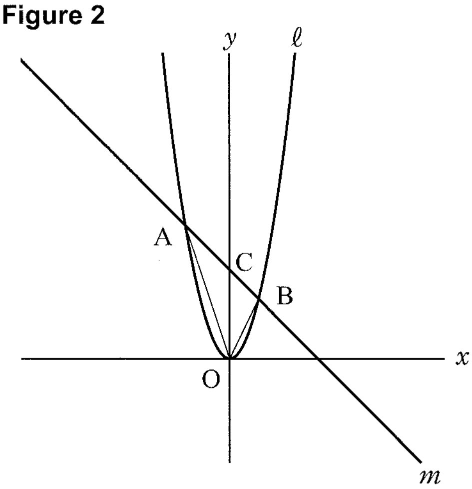
〔Question 2〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where $a = 1$ and the x-coordinates of points A and B are -6 and 4, respectively.

Let C be the intersection of line m and the y-axis.

Connect points A and O, and points B and O.

Answer (1) and (2).

Figure 2



(1) Find the equation of line m that passes through point A and divides the area of triangle OAB into two equal parts.

(2) Let point P be a point on curve ℓ with the x-coordinate greater than -6 and less than 4.

Connect points B and P, and points C and P.

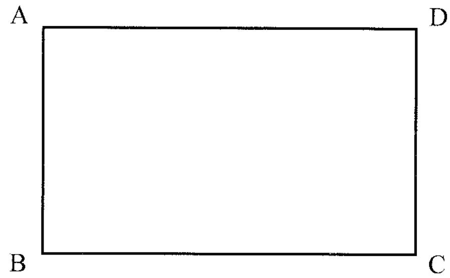
Find all the possible x-coordinates of point P when the area of triangle BPC is 32 cm^2.

You must show your working on the answer space.

3 **Figure 1** on the right shows a quadrilateral ABCD, which is a rectangle such that AB < AD.

Answer the following questions.

Figure 1

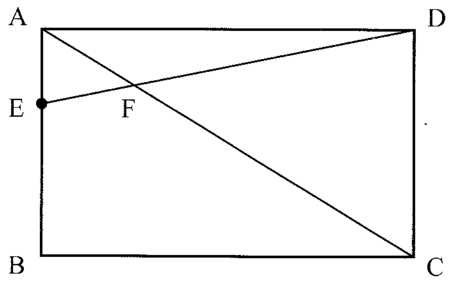


〔Question 1〕 **Figure 2** on the right shows a case in **Figure 1**, where E is a point on side AB such that AE : EB = 1 : 2.

Connect vertices A and C, and vertex D and point E. Let F be the intersection of line segments AC and DE.

When the area of triangle AEF is S, find the area of quadrilateral BCFE in terms of S.

Figure 2



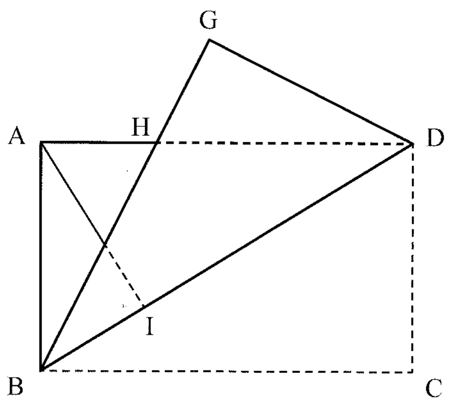
〔Question 2〕 **Figure 3** on the right shows a case in **Figure 1**, where vertices B and D are connected, and a perpendicular line is constructed from vertex A to to line segment BD. Let the intersection of the lines be I.

Quadrilateral ABCD is folded along line segment BD, and let vertex C be vertex G after the folding.

Let the intersection of sides AD and BG be H.

Answer (1) and (2).

Figure 3



(1) Prove triangle ABI is similar to triangle BDG.

(2) Find the area of triangle BDH when AB = 6 cm and BC = 9 cm.

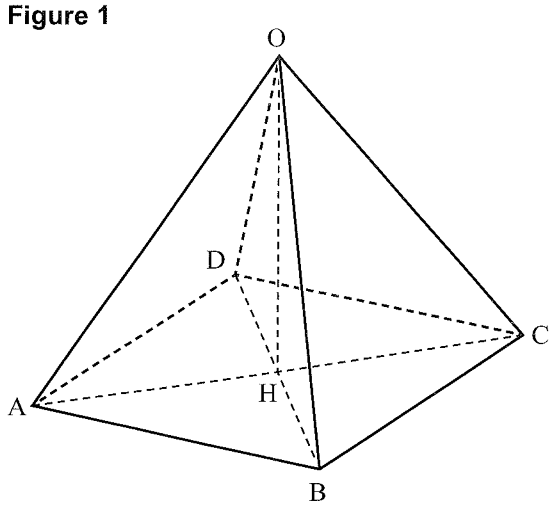
4 **Figure 1** on the right shows a solid O-ABCD which is a square pyramid with the square base ABCD with 6 cm sides.

Connect vertices A and C, and vertices B and D.

Let the intersection of line segments AC and BD be H, and connect vertex O and point H.

When the length of line segment OH is 6 cm, answer the following questions.

Figure 1



〔Question 1〕 Find the surface area of solid O-ABCD.

〔Question 2〕 Consider the case in **Figure 1** where point P is on side OB such that P is neither vertices B nor O.

Connect vertex A and point P, and vertex C and point P.

When AP + PC= ℓ cm, find the minimum value of ℓ .

〔Question 3〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where points M and N are the midpoints of line segments AD and CD, respectively.

Connect vertex O and point M, vertex O and point N, and points M and N.

Consider the case where a perpendicular is drawn from vertex B to plane OMN, and E is the intersection of the perpendicular and plane OMN.

Find the length of line segment BE.

You must show your working in the answer space.

Figure 2