

# 数 学 活 用 能 力 検 査

## Mathematics Academic Performance Test

### 注 意

- 1 問題は **1** から **4** までです。日本語の問題は 1 ページから 4 ページまでです。
- 2 日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。
- 3 検査時間は 60 分です。
- 4 声を出して読んではいけません。
- 5 **必ず出願時に申請した言語で答えなさい。** それ以外の言語で答えた場合は、採点の対象となりません。
- 6 **受検番号** を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。
- 7 答えに分数が含まれるときは、**それ以上約分できない形で表しなさい。**
- 8 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。** また、根号の中は最も小さい整数にしなさい。
- 9 答えを直すときは、きれいに消してから、新しい答えを書きなさい。
- 10 答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し、**解答用紙だけを提出しなさい。**

### Instructions

- 1 Answer all questions in sections **1** to **4**. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.
- 2 The contents of both tests are the same in Japanese and English.
- 3 The examination duration is **60** minutes.
- 4 Do not read anything aloud.
- 5 **Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.
- 6 Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.
- 7 If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**
- 8 If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator.** Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.
- 9 If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.
- 10 Write clearly all your answers in the designated spaces on the answer sheet and **submit only the answer sheet.**

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕  $\sqrt{6}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}+\sqrt{6})+\sqrt{18}$  を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 
$$\begin{cases} 3(x+y)+5(x-2y)=-12 \\ \frac{x-y-5}{3}+\frac{2x-y+1}{6}=\frac{1}{2} \end{cases}$$
 を解け。

〔問 3〕 二次方程式  $(x-5)^2+10x=50$  を解け。

〔問 4〕 点 P が数直線上の原点にある。硬貨を投げ、表が出た場合は点 P が正の方向に 1 進み、裏が出た場合は負の方向に 2 進む。

硬貨を 3 回投げたとき、点 P が原点にある確率を求めよ。

ただし、硬貨の表と裏の出方は、同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で、点 O は、線分 AB を直径とする半円の中心である。

$\widehat{AB}$  上にある点を P とし、点 A と点 P を結ぶ。

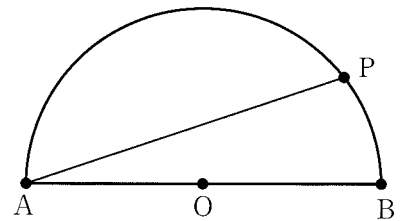
解答欄に示した図をもとにして、

$\angle BAP = 15^\circ$  となる点 P を、

定規とコンパスを用いて作図によって求め、

点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



2

右の図1で、点Oは原点、曲線 $l$ は関数 $y = 2x^2$ のグラフ、曲線 $m$ は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点Aは、曲線 $m$ 上にあり、 $x$ 座標は $t$  ( $t > 0$ )である。

点Bは、曲線 $m$ 上にあり、点Aとは異なる点で、 $y$ 座標は点Aの $y$ 座標と等しい。

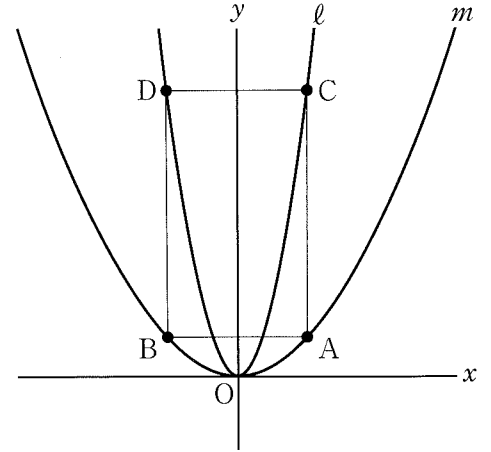
点Cは、曲線 $l$ 上にあり、 $x$ 座標は点Aの $x$ 座標と等しい。

点Dは、曲線 $l$ 上にあり、 $x$ 座標は点Bの $x$ 座標と等しい。

点Aと点B、点Aと点C、点Bと点D、点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。

原点から点(1, 0)までの距離、および原点から点(0, 1)までの距離を、それぞれ1 cmとして、次の各問に答えよ。

図1



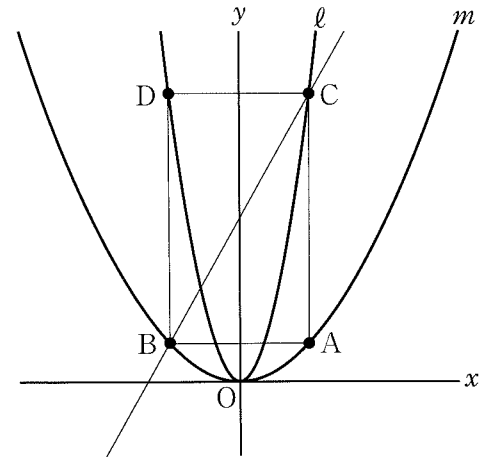
〔問1〕  $t = 4$ のとき、線分BDの長さは何 cm か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、

点Bと点Cを通る直線を引いた場合を表している。

$t = 2$ のとき、点Bと点Cを通る直線の式を求めよ。

図2



〔問3〕 右の図3は、図1において、

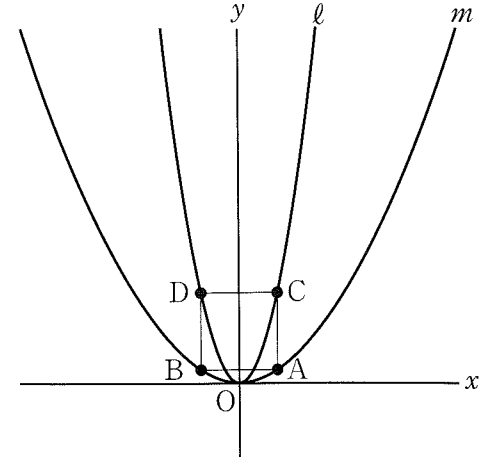
四角形ACDBが正方形の場合を表している。

$t$ の値を求めよ。

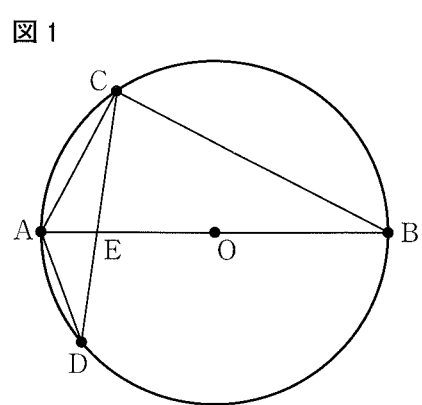
ただし、解答欄には、答えだけでなく、

答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図3

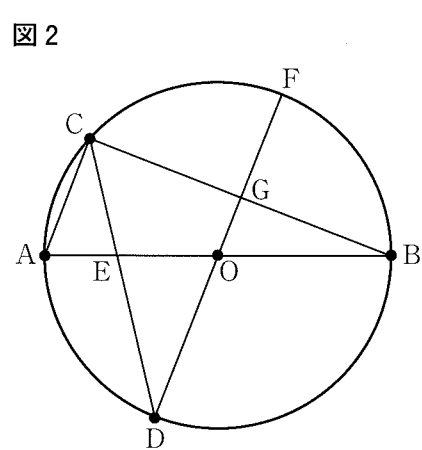


3 右の図1で、点Oは、線分ABを直径とする円の中心である。  
 $\widehat{AB}$ 上にあり、点A、点Bのいずれにも一致しない点をCとし、  
 点Aと点C、点Bと点Cをそれぞれ結ぶ。  
 点Cを含まない $\widehat{AB}$ 上にあり、点A、点Bのいずれにも  
 一致しない点をDとし、点Aと点D、点Cと点Dをそれぞれ結び、  
 線分ABと線分CDとの交点をEとする。  
 次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Bと点Dを結んだ場合を考える。  
 $\angle ABC = 22^\circ$  のとき、 $\angle BDC$  の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、  
 点Dと点Oを通る直線を引き、円Oとの交点のうち  
 点Dと異なる点をF、線分BCとの交点をGとし、  
 $BC \perp DF$  の場合を表している。  
 次の(1)、(2)に答えよ。

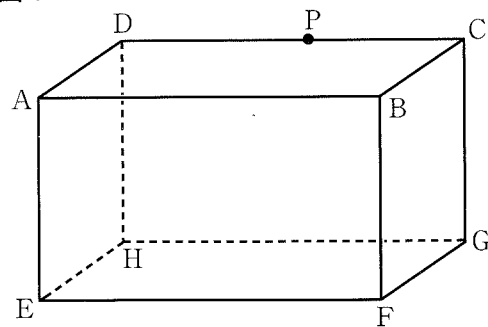


(1)  $\triangle ABC \sim \triangle OBG$  であることを証明せよ。  
 (2) 点Cと点Fを結んだ場合を考える。  
 $AC = 2 \text{ cm}$ ,  $AO = 3 \text{ cm}$  のとき、線分CFの長さは何cmか。

- 4 右の図1で、立体  $ABCD-EFGH$  は、  
 $AB=5\text{ cm}$ 、 $AD=2\text{ cm}$ 、 $AE=3\text{ cm}$  の直方体である。  
 辺  $CD$  上にある点を  $P$  とする。  
 次の各問に答えよ。

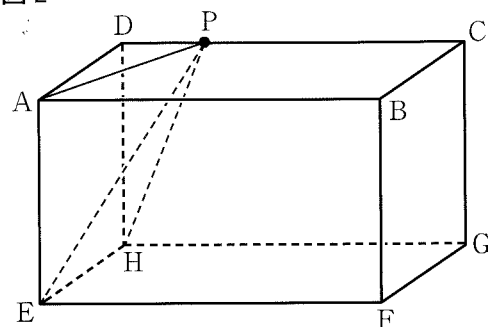
〔問1〕 頂点  $F$  と点  $P$  を結んだ場合を考える。  
 $DP=4\text{ cm}$  のとき、線分  $FP$  の長さは何  $\text{cm}$  か。

図1



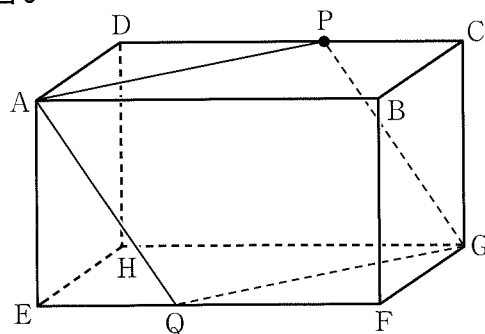
〔問2〕 右の図2は、図1において、  
 頂点  $A$  と点  $P$ 、頂点  $E$  と点  $P$ 、頂点  $H$  と点  $P$  を  
 それぞれ結んだ場合を表している。  
 $\angle APD = 45^\circ$  のとき、  
 立体  $P-AEHD$  の体積は何  $\text{cm}^3$  か。

図2



〔問3〕 右の図3は、図1において、  
 3点  $A$ 、 $G$ 、 $P$  を通る平面と辺  $EF$  との交点を  
 $Q$  とし、頂点  $A$  と点  $P$ 、頂点  $A$  と点  $Q$ 、  
 頂点  $G$  と点  $P$ 、頂点  $G$  と点  $Q$  をそれぞれ結んだ  
 場合を表している。  
 四角形  $AQGP$  がひし形となるとき、  
 四角形  $AQGP$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。  
 ただし、解答欄には、答えだけでなく、  
 答えを求める過程が分かるように、途中の式や  
 計算なども書け。

図3



**1**

Answer the following questions.

[Question 1 ] Simplify  $\sqrt{6}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{3} + \sqrt{6}) + \sqrt{18}$

[Question 2 ] Solve  $\begin{cases} 3(x+y) + 5(x-2y) = -12 \\ \frac{x-y-5}{3} + \frac{2x-y+1}{6} = \frac{1}{2} \end{cases}$  for  $x$  and  $y$ .

[Question 3 ] Solve the quadratic equation  $(x-5)^2 + 10x = 50$  for  $x$ .

[Question 4 ] Point P is at the origin of a line number. A fair coin is tossed. If the coin is tossed and the outcome is a “head”, point P moves towards the positive direction by one. If the coin is tossed and the outcome is a “tail”, point P moves towards the negative direction by two.

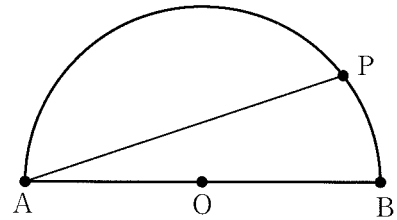
Find the probability that point P is at the origin after the coin is tossed three times.

[Question 5 ] Figure on the right shows a semicircle with point O as its center and line segment AB as its diameter.

Let P be a point on arc AB and connect points A and P.

On the answer sheet, construct a point P such that angle BAP is  $15^\circ$  and label the point with letter P.

Use a ruler and a compass to construct the answer. Do not erase the lines you have drawn in the process of your construction.



**2** **Figure 1** on the right shows the graph where curve  $\ell$  represents the function  $y = 2x^2$  and curve  $m$  represents the function  $y = \frac{1}{4}x^2$ . The point  $O$  represents the origin.

Let  $A$  be a point on curve  $m$  with  $x$ -coordinate of  $t$  ( $t > 0$ ).

Let  $B$  be a point on curve  $m$  that is distinct from point  $A$  and has the same  $y$ -coordinate as point  $A$ .

Let  $C$  be a point on curve  $\ell$  and has the same  $x$ -coordinate as point  $A$ .

Let  $D$  be a point on curve  $\ell$  and has the same  $x$ -coordinate as point  $B$ .

Connect points  $A$  and  $B$ , points  $A$  and  $C$ , points  $B$  and  $D$ , and points  $C$  and  $D$ .

Assume the distance between the origin and the point  $(1, 0)$ , and the distance between the origin and the point  $(0, 1)$ , are both 1 cm.

Answer the following questions.

[Question 1 ] Find the length of line segment  $BD$  when  $t = 4$ .

[Question 2 ] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where a line which passes through points  $B$  and  $C$  is drawn.

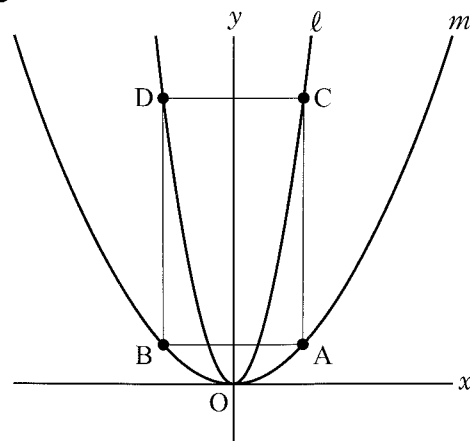
Find the equation of the line that passes through points  $B$  and  $C$  when  $t = 2$ .

[Question 3 ] **Figure 3** on the right shows the case in **Figure 1**, where quadrilateral  $ACDB$  is a square.

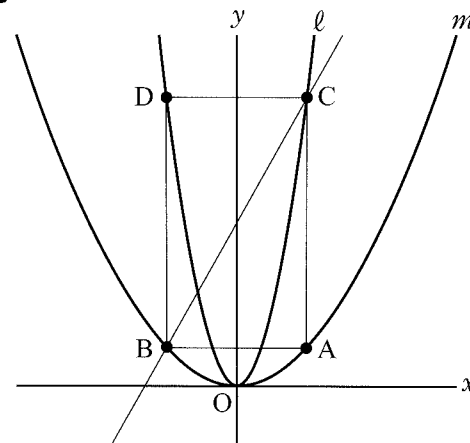
Find the value of  $t$ .

You must show your working in the answer space.

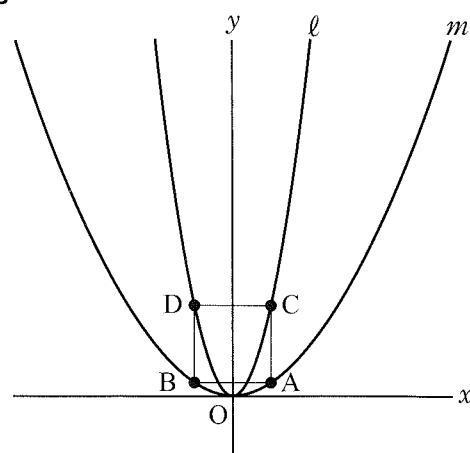
**Figure 1**



**Figure 2**



**Figure 3**



3

**Figure 1** on the right shows a circle with center  $O$  and line segment  $AB$  as its diameter.

Let  $C$  be a point on arc  $AB$  and is distinct from points  $A$  and  $B$ .

Connect points  $A$  and  $C$ , and points  $B$  and  $C$ .

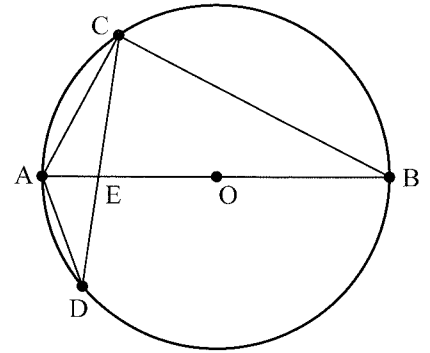
Let  $D$  be a point on arc  $AB$  which does not contain point  $C$  and is distinct from points  $A$  and  $B$ .

Connect points  $A$  and  $D$ , and points  $C$  and  $D$ .

Let the intersection of the line segments  $AB$  and  $CD$  be  $E$ .

Answer the following questions.

**Figure 1**



[Question 1 ] Consider the case where points  $B$  and  $D$  are connected.

Find the magnitude of angle  $BDC$  when angle  $ABC = 22^\circ$ .

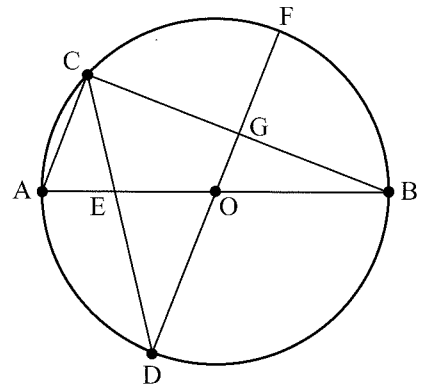
[Question 2 ] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**,

where a line which passes through points  $D$  and  $O$  is drawn. Let the intersection of the line and the circle which is distinct from point  $D$  be  $F$ , and the intersection of the line and line segment  $BC$  be  $G$ .

Consider the case where line segment  $BC$  is perpendicular to line segment  $DF$ .

Answer ( 1 ) and ( 2 ).

**Figure 2**



( 1 ) Prove triangle  $ABC$  is similar to triangle  $OBG$ .

( 2 ) Consider the case where points  $C$  and  $F$  are connected.

Find the length of line segment  $CF$  when  $AC = 2$  cm and  $AO = 3$  cm.



4

**Figure 1** on the right shows a solid ABCD-EFGH which is a cuboid with sides  $AB = 5$  cm,  $AD = 2$  cm and  $AE = 3$  cm.

Let P be a point on side CD.

Answer the following questions.

[Question 1 ] Consider the case where vertex F and point P are connected.

Find the length of line segment FP when  $DP = 4$  cm.

[Question 2 ] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where vertex A and point P, vertex E and point P, and vertex H and point P are connected.

Find the volume of solid P-AEHD when angle  $APD = 45^\circ$ .

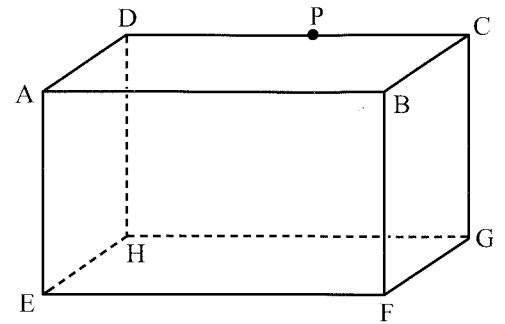
[Question 3 ] **Figure 3** on the right shows the case in **Figure 1**, where Q is the intersection of a plane that passes through points A, G and P and side EF.

Connect vertex A and point P, vertex A and point Q, vertex G and point P, and vertex G and point Q.

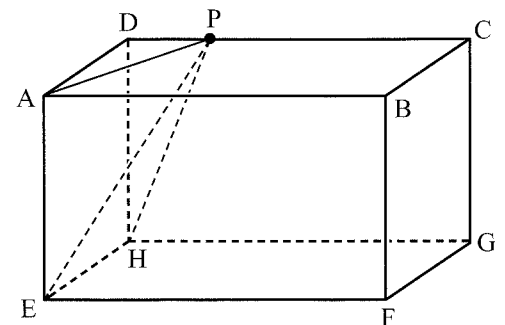
Find the area of a quadrilateral AQGP when its shape is rhombus.

You must show your working in the answer space.

**Figure 1**



**Figure 2**



**Figure 3**

