

数学 正答表

1	〔問 1〕	-5.6	5 点	〔問 5〕	$x = \frac{7}{10}, \quad y = \frac{1}{10}$	5 点
	〔問 2〕	$\frac{-7a + 7b}{3}$	5 点	〔問 6〕	2, 6	5 点
	〔問 3〕	$\frac{-2\sqrt{6} + 6}{3}$	5 点	〔問 7〕	$\frac{5}{36}$	5 点
	〔問 4〕	-1	5 点	〔問 8〕	D	5 点
2	〔問 1〕	$a = 2, \quad b = 0$				5 点
	〔問 2〕	$\frac{3}{2}$				7 点
	〔問 3〕	$BC = t - (-t) = 2t$ 点 D の y 座標は t^2 であるから、$CD = t^2 - 0 = t^2$ 四角形 ABCD は正方形であるから、$BC = CD$ よって、$2t = t^2$ $t = 0, 2$ $t > 0$ であるから、$t = 2$ 点 A の座標は $(-2, 4)$ であるから、直線 OA の傾きは $\frac{4-0}{-2-0} = -2$ となる。 よって、直線 n は傾きが -2 の直線である。 四角形 ABCD の面積は $4 \times 4 = 16$ したがって、四角形 ABFE の面積は $16 \times \frac{5}{5+3} = 10$ また、四角形 ABFE は台形であり、$\frac{1}{2} \times (AE + BF) \times AB = 10$ $AB = 4$ であるから、$AE + BF = 5 \quad \cdots \textcircled{1}$ 直線 n の傾きは -2 であるから、$\frac{AB}{AE-BF} = -2$ $AB = 4$ であるから、$AE - BF = -2 \quad \cdots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、$BF = \frac{7}{2}$ よって、点 F の座標は $(\frac{3}{2}, 0)$ 直線 n は、点 F を通り、傾きが -2 の直線であるから、 直線 n の式を $y = -2x + b$ とおくと、 $0 = -2 \times \frac{3}{2} + b$ $b = 3$ したがって、求める直線 n の式は、$y = -2x + 3$				
		答え：$y = -2x + 3$				8 点

3	〔問 1〕 $\left(90 - \frac{a}{2} \right)^\circ$	5 点
	〔問 2〕 (1) $\triangle ACP$ は, $\triangle ACB$ を折り返したものであるから, $AP = AB$, $\angle APC = \angle ABC$ 平行四辺形の対辺, 対角は等しいから, $AB = CD$, $\angle ADC = \angle ABC$ よって, $AP = CD \cdots \textcircled{1}$ $\angle APC = \angle ADC$ したがって, $\angle APQ = \angle CDQ \cdots \textcircled{2}$ 対頂角は等しいから, $\angle AQP = \angle CQD$ $\triangle AQP$ と $\triangle CQD$ において, 2 組の内角が等しいから, $\angle PAQ = \angle DCQ \cdots \textcircled{3}$ $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より, 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから, $\triangle AQP \equiv \triangle CQD$	8 点
	〔問 2〕 (2) $\frac{24}{5} \text{ cm}$	7 点
4	〔問 1〕 $24\pi \text{ cm}^2$	5 点
	〔問 2〕 (1) $\frac{7}{3} \text{ cm}$	7 点
	〔問 2〕 (2) $\triangle AEB$ は, $\angle AEB = 90^\circ$ の直角三角形で, $AB : AE = 2 : 1$ であるから, 三平方の定理から, $BE = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$ $\triangle AEB = 3 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$ 点 C と点 P から, 線分 AB にそれぞれ垂線を下し, その交点をそれぞれ F, G とする。 $\triangle AFC$ において, 三平方の定理から, $CF = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$ $\triangle BCF$ において, 三平方の定理から, $BC = \sqrt{(2\sqrt{15})^2 + 4^2} = \sqrt{76}$ $CP = x \text{ (cm)}$ とすると, $AP = 8 - x \text{ (cm)}$ と表される。 $\triangle BCP$ において, 三平方の定理から, $BP^2 = (\sqrt{76})^2 - x^2 = 76 - x^2$ $\triangle ABP$ において, 三平方の定理から, $BP^2 = 6^2 - (8 - x)^2 = -28 + 16x - x^2$	8 点

よって、$76 - x^2 = -28 + 16x - x^2$ これを解くと、$CP = x = \frac{13}{2}$ (cm) 平行線と線分の比の関係から、$AP : AC = PG : CF$ $AP = \frac{3}{2}$ (cm) であるから、$\frac{3}{2} : 8 = PG : 2\sqrt{15}$ よって、$PG = \frac{3\sqrt{15}}{8}$ (cm) 立体 P-AEB の体積は、 $\frac{9\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{15}}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{27\sqrt{5}}{16}$ (cm³)	答え： $\frac{27\sqrt{5}}{16}$ cm³
--	---

Mathematics Answer Key

1	[Question 1]	-5.6	5 mark	[Question 5]	$x = \frac{7}{10}, y = \frac{1}{10}$	5 mark
	[Question 2]	$\frac{-7a+7b}{3}$	5 mark	[Question 6]	2, 6	5 mark
	[Question 3]	$\frac{-2\sqrt{6}+6}{3}$	5 mark	[Question 7]	$\frac{5}{36}$	5 mark
	[Question 4]	-1	5 mark	[Question 8]	D	5 mark
2	[Question 1] $a = 2, b = 0$					5 mark
	[Question 2] $\frac{3}{2}$					7 mark
	[Question 3] $BC = t - (-t) = 2t$ Since y -coordinate of point D is t^2 , $CD = t^2 - 0 = t^2$ Since quadrilateral ABCD is a square, $BC = CD$ Thus, $2t = t^2$ $t = 0, 2$ Since $t > 0$, $t = 2$ Coordinates of point A is $(-2, 4)$ Thus the slope of line OA is $\frac{4-0}{-2-0} = -2$ Therefore, line n is a line with a slope of -2 The area of quadrilateral ABCD is $4 \times 4 = 16$ Thus, the area of quadrilateral ABFE is $16 \times \frac{5}{5+3} = 10$ As quadrilateral ABFE is a trapezium, $\frac{1}{2} \times (AE + BF) \times AB = 10$ $AB = 4$, thus $AE + BF = 5 \quad \dots \textcircled{1}$ As the slope of line n is -2 , $\frac{AB}{AE-BF} = -2$ As $AB = 4$, $AE - BF = -2 \quad \dots \textcircled{2}$ From $\textcircled{1}$ and $\textcircled{2}$, $BF = \frac{7}{2}$ Thus the coordinates of point F is $(\frac{3}{2}, 0)$ As line n is a line with slope of -2 and passes through point F, The equation of line n can be expressed as $y = -2x + b$					8 mark

$$0 = -2 \times \frac{3}{2} + b$$

$$b = 3$$

Thus, the equation of line n is $y = -2x + 3$

Answer: $y = -2x + 3$

	[Question 1] $\left(90 - \frac{a}{2}\right)^\circ$	5 mark
3	[Question 2] (1) Since triangle ACP is produced by folding triangle ACB, $AP = AB$, angle $APC = \text{angle } ABC$ As the length of corresponding sides and angles are equal in parallelogram, $AB = CD$, angle $ADC = \text{angle } ABC$ (Properties of parallelogram) Thus, $AP = CD \dots \textcircled{1}$ angle $APC = \text{angle } ADC$, thus angle $APQ = \text{angle } CDQ \dots \textcircled{2}$ $\angle AQP = \angle CQD$ (vertically opposite angles) As two pairs of internal angles are equal for triangle AQP and triangle CQD, angle $PAQ = \text{angle } DCQ \dots \textcircled{3}$ From $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ and $\textcircled{3}$, as one pair of sides and the angles on both sides are equal, $\triangle AQP \equiv \triangle CQD$	8 mark
	[Question 2] $\frac{24}{5} \text{ cm}$ (2)	7 mark
4	[Question 1] $24\pi \text{ cm}^2$ [Question 2] $\frac{7}{3} \text{ cm}$ [Question 3] Triangle AEB is a right-angle triangle with angle $AEB = 90^\circ$ and $AB : AE = 2 : 1$. Thus, using Pythagorean theorem, $BE = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$ Area of triangle AEB $= 3 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$ Construct perpendicular lines from points C and P to line segment AB and let the intersection of lines be F and G respectively. For triangle AFC, using Pythagorean Theorem, $CF = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$ For triangle BCF, using Pythagorean Theorem, $BC = \sqrt{(2\sqrt{15})^2 + 4^2} = \sqrt{76}$ Let $CP = x \text{ (cm)}$, thus $AP = 8 - x \text{ (cm)}$ For triangle BCP, using Pythagorean Theorem, $BP^2 = (\sqrt{76})^2 - x^2 = 76 - x^2$ For triangle ABP, using Pythagorean Theorem, $BP^2 = 6^2 - (8 - x)^2 = -28 + 16x - x^2$	5 mark 7 mark 8 mark

Therefore, $76 - x^2 = -28 + 16x - x^2$

Thus, $CP = x = \frac{13}{2}$ (cm)

Using the ratio of the length of line segments in parallel, $AP : AC = PG : CF$

Since $AP = \frac{3}{2}$ (cm), $\frac{3}{2} : 8 = PG : 2\sqrt{15}$

Thus, $PG = \frac{3\sqrt{15}}{8}$ (cm)

Therefore, the volume of the solid P-AEB is

$$\frac{9\sqrt{3}}{2} \times \frac{3\sqrt{15}}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{27\sqrt{5}}{16} \text{ (cm}^3\text{)}$$

Answer: $\frac{27\sqrt{5}}{16} \text{ cm}^3$