

数 学 活 用 能 力 検 査

Mathematics Academic Performance Test

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までです。日本語の問題は 1 ページから 4 ページまでです。
- 2 日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。
- 3 検査時間は 60 分です。
- 4 声を出して読むではいけません。
- 5 **必ず出願時に申請した言語で答えなさい。** それ以外の言語で答えた場合は、採点の対象となりません。
- 6 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。
- 7 答えに分数が含まれるときは、それ以上約分できない形で表しなさい。
- 8 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい整数にしなさい。
- 9 答えを直すときは、きれいに消してから、新しい答えを書きなさい。
- 10 答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し、**解答用紙だけを提出しなさい。**

Instructions

- 1 Answer all questions in sections **1** to **4**. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.
- 2 The contents of both tests are the same in Japanese and English.
- 3 The examination duration is **60** minutes.
- 4 Do not read anything aloud.
- 5 **Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.
- 6 Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.
- 7 If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**
- 8 If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator.** Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.
- 9 If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.
- 10 Write clearly all your answers in the designated spaces on the answer sheet and **submit only the answer sheet.**

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $0.4 - 3^2 \div \frac{3}{2}$ を計算せよ。

〔問 2〕 $\frac{2a+b}{3} - (3a-2b)$ を計算せよ。

〔問 3〕 $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{8})$ を計算せよ。

〔問 4〕 一次方程式 $0.32x - 0.6 = 0.64x - 0.28$ を解け。

〔問 5〕 連立方程式 $\begin{cases} 4x+2y=3 \\ x=-3y+1 \end{cases}$ を解け。

〔問 6〕 二次方程式 $3(x+2)(x-2)=4x^2-8x$ を解け。

〔問 7〕 1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a ，小さいさいころの出た目の数を b とする。

座標平面上に点 $O(0,0)$ ，点 $A(a,0)$ ，点 $B(0,b)$ ，点 $C(a,b)$ をそれぞれ定め，
点 A と点 C ，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。

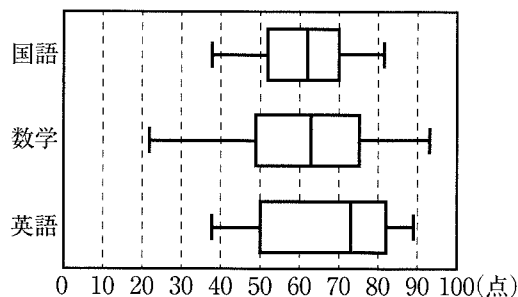
四角形 $OACB$ の面積が 8 以上 10 以下となる確率を求めよ。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも
同様に確からしいものとする。

〔問 8〕 右の図は，生徒 400 人が受けた，

国語，数学，英語のそれぞれのテストの
得点を箱ひげ図に表したものである。

図から読み取れることとして正しいものを，
次の A ～ E のうちから 1 つ選び，記号で答えよ。



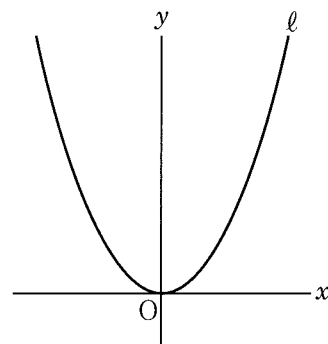
- A 範囲が最も大きいのは，国語である。
- B 四分位範囲が最も小さいのは，数学である。
- C 英語の得点が 60 点以上の生徒は，200 人未満である。
- D 数学の得点が 50 点未満の生徒は，100 人以上いる。
- E 英語の得点が 30 点以上 40 点未満の生徒はいない。

- 2 右の図1で、点Oは原点、曲線 ℓ は関数 $y=ax^2$ ($a>0$)のグラフを表している。

次の各問に答えよ。

- 〔問1〕 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域 $-2\leq x\leq 3$ に対する y の変域が $b\leq y\leq 18$ となるときの、 a 、 b の値をそれぞれ求めよ。

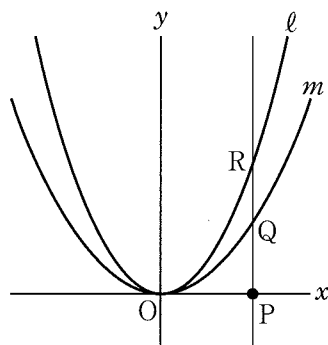
図1



- 〔問2〕 右の図2は、図1において、 $a>\frac{1}{2}$ のとき、関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表す曲線を m 、 x 軸上にあり x 座標が正の数である点をPとし、点Pを通り y 軸に平行な直線を引き、曲線 ℓ との交点をR、曲線 m との交点をQとした場合を表している。

$RQ=2PQ$ のとき、 a の値を求めよ。

図2



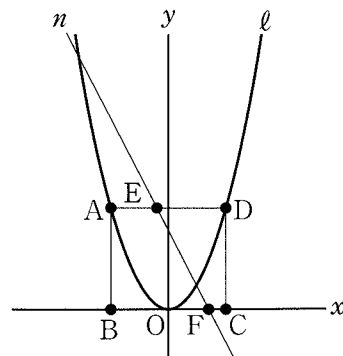
- 〔問3〕 $t>0$ とする。

右の図3は、図1において、 $a=1$ のとき、曲線 ℓ 上にあり、 x 座標が $-t$ である点をA、座標が、 $(-t, 0)$ である点をB、 $(t, 0)$ である点をC、 x 座標が t 、 y 座標が点Aの y 座標と等しい点をDとし、点Aと点B、点Aと点D、点Cと点Dをそれぞれ結び、線分AD上にある点をE、線分BC上にある点をF、2点E、Fを通る直線を n とした場合を表している。

直線 n が2点O、Aを通る直線に平行、 $AB=BC$ 、四角形ABFEの面積と四角形CDEFの面積の比が5:3のとき、直線 n の式を求めよ。

ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図3



- 3 右の図1で、四角形 ABCD は $\angle ABC$ が鈍角の平行四辺形である。
次の各問に答えよ。

〔問1〕 右の図2は、図1において、

辺 AD 上にある点を T とし、頂点 B と点 T を結んだ場合を表している。

$\angle BCD$ の二等分線と、線分 BT が垂直に交わる場合を考える。

$\angle BAD = a^\circ$ とするとき、 $\angle ABT$ の大きさを、 a を用いた式で表せ。

図1

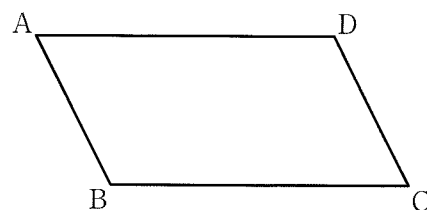
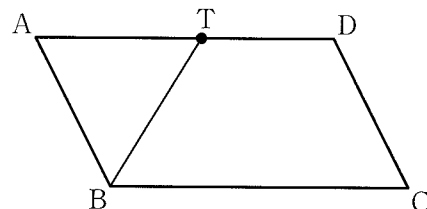


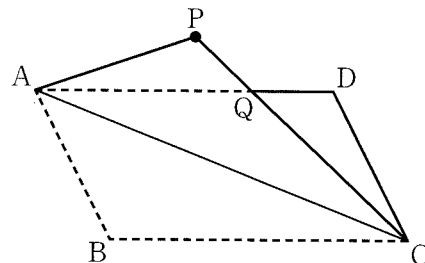
図2



〔問2〕 右の図3は、図1において、頂点 A と頂点 C を結び、線分 AC を折り目として四角形 ABCD を1回だけ折り、頂点 B が重なる位置にある点を P、辺 AD と辺 CP との交点を Q とした場合を表している。

次の(1)、(2)に答えよ。

図3



(1) $\triangle AQP \equiv \triangle CQD$ であることを証明せよ。

(2) $BC = 8 \text{ cm}$, $\triangle AQP$ の面積が四角形 ABCD の面積の $\frac{1}{5}$ 倍のとき、線分 CQ の長さは何 cm か。

- 4 右の図1に示した立体は、底面が半径3 cm の円の円すいである。

頂点を M、底面の円の中心を O とする。

頂点 M と点 O を結び、線分 MO 上にあり、

頂点 M、点 O のいずれにも一致しない点を T とする。

点 A、点 B は、円 O の周上にある点で、

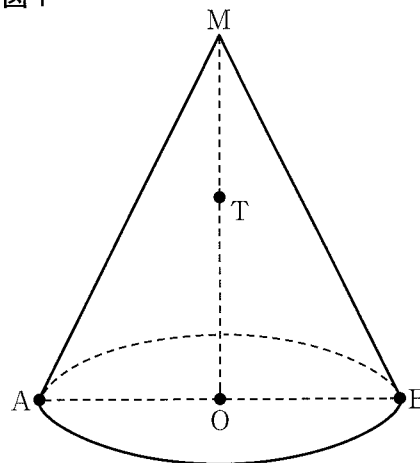
2 点 A、B を結んでできた線分 AB は円 O の直径である。

次の各問に答えよ。

ただし、円周率は π とする。

〔問 1〕 $MO = 4$ cm のとき、円すいの表面積は何 cm^2 か。

図 1



〔問 2〕 右の図2は、図1において、点 T を通り円 O に

平行な平面で円すいを分けたとき、

円 T の周上にある点を C、D とし、

2 点 C、D を結んでできた線分 CD が、円 T の直径で、

線分 AB と平行になる場合を表している。

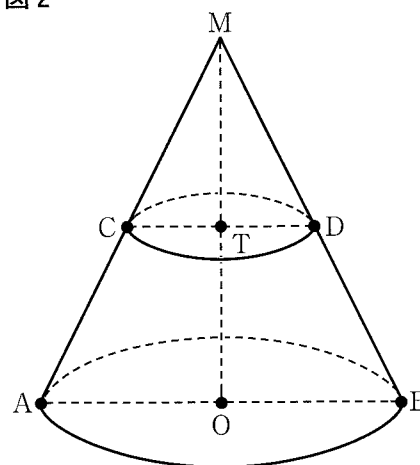
線分 AC 上にある点を P、 \widehat{AB} 上にある点を E とし、

点 A と点 E を結んだ場合を考える。

円 T の半径が 1 cm、 $AE = 3$ cm のとき、

次の (1)、(2) に答えよ。

図 2



(1) $AP : PC = 1 : 2$ のとき、中心が線分 OT 上にあり、点 P を通り円 T に平行な円の半径は何 cm か。

(2) 点 B と点 E、点 B と点 P、点 E と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

$AC = 8$ cm、 $AC \perp BP$ のとき、立体 P-AEB の体積は何 cm^3 か。

ただし、解答欄には、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

1

Answer the following questions.

〔Question 1〕 Calculate $0.4 - 3^2 \div \frac{3}{2}$ 〔Question 2〕 Simplify $\frac{2a+b}{3} - (3a-2b)$ 〔Question 3〕 Simplify $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{8})$ 〔Question 4〕 Solve the linear equation $0.32x - 0.6 = 0.64x - 0.28$ for x .〔Question 5〕 Solve $\begin{cases} 4x + 2y = 3 \\ x = -3y + 1 \end{cases}$ for x and y .〔Question 6〕 Solve the quadratic equation $3(x+2)(x-2) = 4x^2 - 8x$ for x .

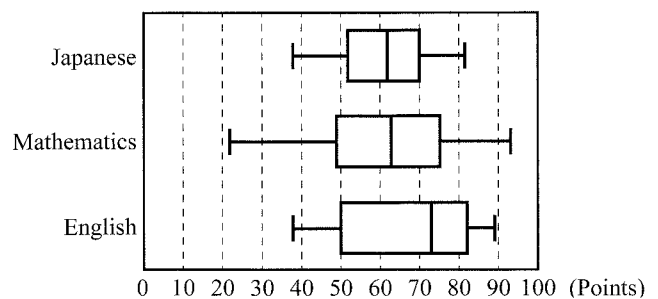
〔Question 7〕 One large fair die and one small fair die, both numbered 1 to 6, are rolled once simultaneously and topmost numbers of the dice are recorded.

Let the recorded number of the large die be a , and the recorded number of the small die be b .Consider a case where points O, A, B, and C are plotted on a coordinate plane, where their coordinates are $(0, 0)$, $(a, 0)$, $(0, b)$, and (a, b) respectively.

Connect points A and C, and points B and C.

Find the probability that the area of the quadrilateral OACB becomes greater or equal to 8 but less than or equal to 10.

〔Question 8〕 The figure on the right shows the box and whisker diagrams of the test scores of 400 students who took all three tests, namely Japanese, Mathematics and English.

Choose one statement from **A** to **E** below that is correct about the figure. Write the letter that corresponds to your answer in the answer space.**A** The subject with the greatest range is Japanese.**B** The subject with the lowest value of interquartile range is Mathematics.**C** The number of students who scored greater than or equal to 60 points in English is less than 200.**D** The number of students who scored less than 50 points in Mathematics is more than or equal to 100.**E** There is no student who scored greater than or equal to 30 points but less than 40 points in English.

2

Figure 1 on the right shows the graph where curve ℓ represents the function $y = ax^2$ ($a > 0$). The point O represents the origin.

Answer the following questions.

[Question 1] Find the values of a and b such that the domain of x is $-2 \leq x \leq 3$ and the range of y becomes $b \leq y \leq 18$.

[Question 2] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1** where $a > \frac{1}{2}$.

Let m be a curve which represents the function $y = \frac{1}{2}x^2$, and P be a point on the x -axis with positive x -coordinate.

Construct a line that is parallel to the y -axis and passes through point P, and let the intersection of the line and curves ℓ and m be R and Q respectively.

Find the value of a when $RQ = 2PQ$.

[Question 3] Let t be a positive value.

Figure 3 on the right shows the case in **Figure 1** where $a = 1$.

Let A be a point on curve ℓ with x -coordinate $-t$, B be a point with its coordinates $(-t, 0)$, C be a point with its coordinates $(t, 0)$, and D be a point with x -coordinate t and the same y -coordinate as point A.

Connect points A and B, points A and D, and points C and D.

Let E be a point on line segment AD, and F be a point on line segment BC.

Construct line n which passes through points E and F.

Find the equation of line n when $AB = BC$, the ratio of the areas of quadrilateral ABFE to quadrilateral CDEF is $5 : 3$, and line n is parallel to a line that passes through points O and A.

You must show your working in the answer space.

Figure 1

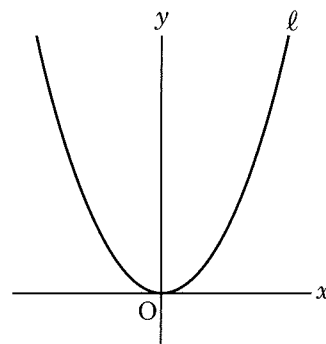


Figure 2

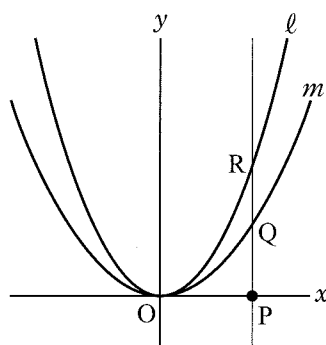
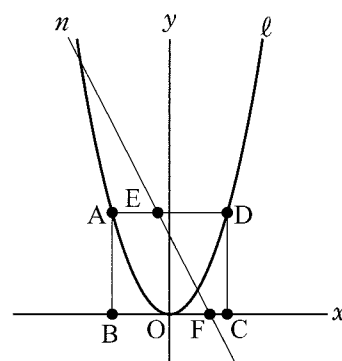


Figure 3

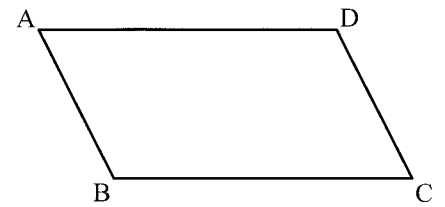


3

Figure 1 on the right shows a quadrilateral ABCD which is a parallelogram where angle ABC is an obtuse angle.

Answer the following questions.

Figure 1



[Question 1] **Figure 2** on the right shows a case in **Figure 1** where

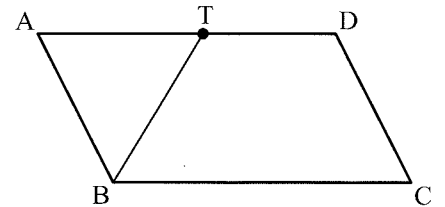
T is a point on side AD.

Connect vertex B and point T.

Consider the case where the angle bisector of angle BCD intersects with line segment BT perpendicularly.

When angle BAD is a° , find angle ABT in terms of a .

Figure 2



[Question 2] **Figure 3** on the right shows a case in **Figure 1** where

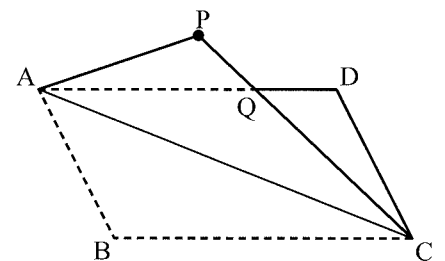
vertices A and C are connected, and quadrilateral ABCD is folded once along line segment AC.

Let P be a point which is on vertex B after the folding.

Let Q be the intersection of sides AD and CP.

Answer (1) and (2).

Figure 3



(1) Prove that triangle AQP is congruent to triangle CQD.

(2) When $BC = 8$ cm and the area of triangle AQP is $\frac{1}{5}$ of the area of quadrilateral ABCD, find the length of line segment CQ.

4

Figure 1 on the right shows a solid which is a cone with a circular base of radius 3 cm.

Let M be the apex of the cone, and O be the center of the base.

Connect vertex M and point O , and let T be a point on line segment MO , which is distinct from vertex M and point O .

Let points A and B be points on circle O , such that after they are connected, line segment AB becomes the diameter of circle O .

Answer the following questions.

Use the exact value of π for your answers and answer the following questions.

[Question 1] Find the surface area of the cone when $MO = 4$ cm.

[Question 2] **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1** where the cone is separated by a plane that is parallel to circle O and passes through point T .

Let C and D be points on circle T , such that after they are connected, line segment CD becomes the diameter of circle T , and is parallel to line segment AB .

Consider the case where P is a point on line segment AC , E is a point on arc AB , and points A and E are connected.

Answer (1) and (2) when the radius of circle T is 1 cm, and $AE = 3$ cm.

(1) Consider the case where $AP : PC = 1 : 2$.

Find the radius of the circle with its center on line segment OT , which passes through point P , and is parallel to circle T .

(2) Consider the case where points B and E , points B and P , and points E and P are connected.

Find the volume of solid P - AEB when line segment AC is perpendicular to line segment BP , and $AC = 8$ cm.

You must show your working in the answer space.

Figure 1

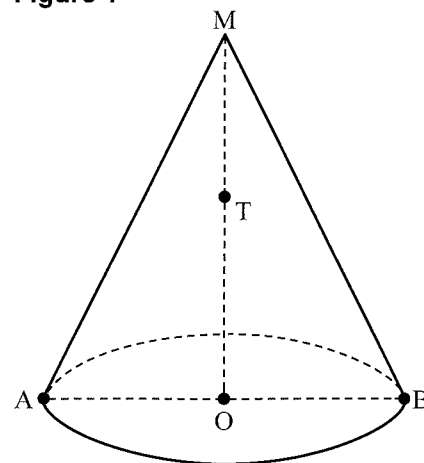


Figure 2

