（08－４月国際ＩＢ）

数学　正答表

1	〔問１〕	$\frac{43}{4}$	５点	〔問５〕	$x=2,\quad y=-1$	５点
	〔問２〕	$\frac{20a-10b}{7}$	５点	〔問６〕	±1	５点
	〔問３〕	$\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$	５点	〔問７〕	$\frac{1}{4}$	５点
	〔問４〕	-7	５点	〔問８〕	D	５点

2	〔問１〕	$12\ cm^2$	５点
	〔問２〕 （１）	$b=4,\quad c=0$	７点

〔問２〕（２）

点Ｓの座標を$(0,\ s)$ とする。

点Ｂは，点Ａの原点に対する対称点だから，座標は$(-2,-2)$

$AB^2=\{2-(-2)\}^2+\{2-(-2)\}^2=32$

$SA^2=(2-0)^2+(2-s)^2=4+4-4s+s^2=s^2-4s+8$

$SB^2=(-2-0)^2+(-2-s)^2=4+4+4s+s^2=s^2+4s+8$

△ABSにおいて，三平方の定理より，$SB^2=SA^2+AB^2$

$(s^2+4s+8)=(s^2-4s+8)+32$

$8s=32$

$s=4$

$S(0,4)$

AB∥STのとき，△ABS=△ABTとなる。

直線AB　$y=\frac{2-(-2)}{2-(-2)}x=x$

直線ST　$y=x+4$

点Ｔは曲線m上の点であり，直線ST上の点であるから，点Ｔの x座標をtとすると，

それぞれ $\left(t,\frac{1}{2}t^2\right),(t,t+4)$ と表される。y座標は等しいから，

$\frac{1}{2}t^2=t+4$

$\frac{1}{2}t^2-t-4=0$

$t^2-2t-8=0$

$(t+2)(t-4)=0$

$t=-2,4$

したがって，$T(-2,2),(4,8)$

答え：$T(-2,2),\ (4,\ 8)$

８点

3	〔問１〕 ($b-a$)°	5点
	〔問２〕（１） $\triangle$CHF と$\triangle$BHA において, 線分 AH は辺 BC の垂線だから, $\angle CHF = \angle BHA = 90^\circ$ ・・・① $\triangle$EBC は BE＝CE の二等辺三角形だから, $\angle ECB = \angle EBC$ よって, $\angle FCH = \angle ABH$・・・② ① , ②より, ２組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle CHF \backsim \triangle BHA$	7点
	〔問２〕（２） $S:T=1:8$	8点
4	〔問１〕 $(32\sqrt{2}+16)$ cm^2	5点
	〔問２〕（１） $8+2\sqrt{5}$	7点
	〔問２〕（２） 頂点 A と点 F から底面 BCDE にそれぞれ垂線を下し, その交点をそれぞれ I と J とする。 立体 F－DEH の体積が $8\sqrt{2}$ cm^2 であるから, $\frac{1}{3}\times 8\times FJ = 8\sqrt{2}$　よって, $FJ = 3\sqrt{2}$ $\triangle$BCD は直角二等辺三角形であるから, 辺の比より, $BD = 4\sqrt{2}$ $BI = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{2}$ $\triangle$ABI において, 三平方の定理から, $AI = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$ $\triangle DFJ \backsim \triangle DAI$ であるから, DF : DA＝FJ : AI $(6-x)\ :6 = 3\sqrt{2}:\ 2\sqrt{7}$ よって, $x = 6-\frac{9\sqrt{14}}{7}$ 答え： $6-\frac{9\sqrt{14}}{7}$	8点

Mathematics　Answer Key

$\boxed{1}$	〔Question 1〕	$\frac{43}{4}$	5 marks	〔Question 5〕	$x = 2,$ $y = -1$	5 marks
	〔Question 2〕	$\frac{20a - 10b}{7}$	5 marks	〔Question 6〕	± 1	5 marks
	〔Question 3〕	$\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6}$	5 marks	〔Question 7〕	$\frac{1}{4}$	5 marks
	〔Question 4〕	-7	5 marks	〔Question 8〕	D	5 marks

$\boxed{2}$	〔Question 1〕	$12\ cm^2$	5 marks
	〔Question 2〕 (1)	$b = 4, \qquad c = 0$	7 marks
	〔Question 2〕 (2)	Let the coordinates of point S be $(0, s)$. Since point B is the reflection of point A about the origin, its coordinates are $(-2,2)$. $AB^2 = \{2 - (-2)\}^2 + \{2 - (-2)\}^2 = 32$ $SA^2 = (2 - 0)^2 + (2 - s)^2 = 4 + 4 - 4s + s^2 = s^2 - 4s + 8$ $SB^2 = (-2 - 0)^2 + (-2 - s)^2 = 4 + 4 + 4s + s^2 = s^2 + 4s + 8$ For triangle ABS, by using the Pythagorean theorem: $SB^2 = SA^2 + AB^2$ $s^2 + 4s + 8 = (s^2 - 4s + 8) + 32$ $8s = 32$ $s = 4$ $S(0,4)$ When line segment AB is parallel to line segment ST, the area of triangle ABS = the area of triangle ABT. Equation of line AB: $y = \frac{2 - (-2)}{2 - (-2)} x = x$ Equation of line ST: $y = x + 4$	8 marks

Let the x-coordinate of point T be t. Since point T lies on both curve m and line ST, the coordinates of point T can be expressed as $\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ and $(t, t+4)$, respectively. Since the y-coordinates are equal in both expressions,

$$\frac{1}{2}t^2 = t + 4$$

$$\frac{1}{2}t^2 - t - 4 = 0$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$(t+2)(t-4) = 0$$

$$t = -2, 4$$

Therefore, $\mathrm{T}(-2, 2), (4,8)$

Answer: $T(-2, 2), (4, 8)$

$\boxed{3}$	〔Question 1〕	$(\quad b-a \quad)^\circ$	5 marks
	〔Question 2〕（1）	For triangles CHF and BHA, since line segment AH is perpendicular to side BC, $\angle CHF = \angle BHA = 90^\circ$… (1) Since triangle EBC is isosceles with BE = CF, $\angle ECB = \angle EBC$. Therefore, $\angle FCH = \angle ABH$… (2) From (1) and (2), two pairs of corresponding angles are equal. Thus, triangle CHF is similar to triangle BHA.	7 marks
	〔Question 2〕（2）	$S:T = 1:8$	8 marks
$\boxed{4}$	〔Question 1〕	$(32\sqrt{2}+16)$ cm^2	5 marks
	〔Question 2〕（1）	$8+2\sqrt{5}$	7 marks
	〔Question 2〕（2）	Construct perpendicular lines from vertex A and point F to base BCDE, and let the intersections of the perpendicular lines and the base be I and J, respectively. Since the volume of the solid F–DEH is $8\sqrt{2}$ cm^3, $\frac{1}{3} \times 8 \times FJ = 8\sqrt{2}$ Therefore, $FJ = 3\sqrt{2}$ Since triangle BCD is an isosceles right triangle, by using the ratio of its sides, $BD = 4\sqrt{2}$ $BI = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{2}$ For triangle ABI, by using the Pythagorean theorem, $AI = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$	8 marks

Since triangle DFJ is similar to triangle DAI,

$DF : DA = FJ : AI$

$(6-x) : 6 = 3\sqrt{2} : 2\sqrt{7}$

Therefore,

$x = 6 - \dfrac{9\sqrt{14}}{7}$

Answer: $6 - \frac{9\sqrt{14}}{7}$