（08 - 4月国際 IB）

数　学　活　用　能　力　検　査
Mathematics Academic Performance Test

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までです。日本語の問題は 1 ページから 4 ページまでです。

2　日本語の問題と英語の問題は同じ内容です。

3　検査時間は 60 分です。

4　声を出して読んではいけません。

5　**必ず出願時に申請した言語で答えなさい。**それ以外の言語で答えた場合は，採点の対象となりません。

6　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

7　答えに分数が含まれるときは，**それ以上約分できない形で表しなさい。**

8　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

9　答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。

10　答えは全て解答用紙の決められた欄に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

Instructions

1　Answer all questions in sections $\boxed{1}$ to $\boxed{4}$. The mathematics test written in English is from page **five** to page **eight**.

2　The contents of both tests are the same in Japanese and English.

3　The examination duration is **60** minutes.

4　Do not read anything aloud.

5　**Be sure to answer in the language for which you applied.** If you answer in other languages, your answer sheet will not be marked.

6　Write **your examinee number** in the designated space on the answer sheet.

7　If any fractions appear in a solution, **write the solution in a fully simplified form.**

8　If any radicals appear in a solution, **write the solution with the radicals but do not include any radicals in the denominator**. Additionally, leave the smallest possible integer inside the radicals.

9　If you change answers, erase the original answers neatly and write the new answers.

10　Write clearly all your answers in the designated spaces on the answer sheet and **submit only the answer sheet**.

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $7-\left(-\frac{5}{2}\right)^2\times\left(-\frac{3}{5}\right)$ を計算せよ。

〔問 2〕 $-(b-3a)-\frac{a+3b}{7}$ を計算せよ。

〔問 3〕 $\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{3}}-\frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問 4〕 一次方程式 $-0.2x+10=-1.9-1.9x$ を解け。

〔問 5〕 連立方程式 $\begin{cases} x-6y=8 \\ 8x-2y=18 \end{cases}$ を解け。

〔問 6〕 二次方程式 $(x+3)^2-2(3x+5)=0$ を解け。

〔問 7〕 1，2，3，4 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ がある。この 4 枚のカードから 1 枚を引き，引いたカードに書かれた数を x とし，x の値が偶数ならば持ち点に x 点を加え，奇数ならば持ち点から x 点を減らすゲームをする。

持ち点を 0 点から始めてゲームを 2 回続けて行い，1 回目に引いたカードは 2 回目に引く前にもとに戻す。

2 回目が終わったあとの得点が 1 点になる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 8〕 右の**表 1** は，生徒 30 人のスポーツテストにおけるハンドボール投げの記録を，度数分布表にまとめたものである。

当日記録をとることができなかった 5 人の生徒 V，W，X，Y，Z について，後日記録をとると右の**表 2** のようになった。

次の **A** ～ **D** のうち，5 人の生徒 V，W，X，Y，Z の記録を**表 1** の度数分布表に加える前と加えたあとで同じではなくなるものを 1 つ選べ。

表 1

階　級 (m)	度数 (人)
以上　未満	
5 ～ 10	1
10 ～ 15	4
15 ～ 20	6
20 ～ 25	14
25 ～ 30	4
30 ～ 35	1
計	30

表 2

生徒	V	W	X	Y	Z
記録 (m)	20	17	12	14	29

A 範囲

B 中央値をふくむ階級

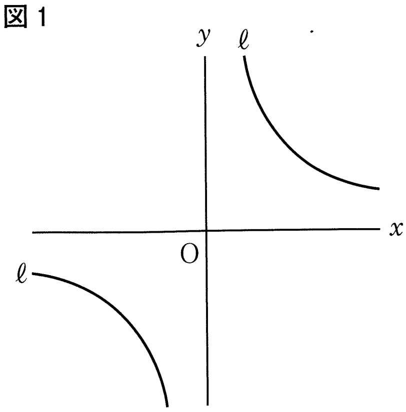
C 15 m 以上 20 m 未満の階級の相対度数

D 記録が 20 m 未満の人数の累積相対度数

2 　右の**図1**で，点Oは原点，曲線ℓは$y=\dfrac{a}{x}$ $(a>0)$のグラフを表している。

原点から点$(1,\ 0)$までの距離，および原点から点$(0,\ 1)$までの距離を，それぞれ1 cmとして，次の各問に答えよ。

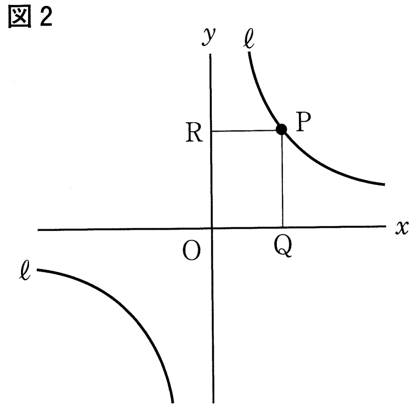
図1



〔問1〕　右の**図2**は，**図1**において，曲線ℓが，座標が$(4,\ 3)$である点を通るとき，曲線ℓ $(x>0)$上にある点をPとし，点Pを通りy軸に平行な直線を引き，x軸との交点をQ，点Pを通りx軸に平行な直線を引き，y軸との交点をRとした場合を表している。

四角形OQPRの面積を求めよ。

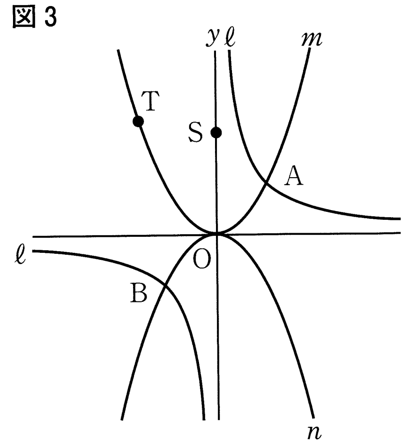
図2



〔問2〕　右の**図3**は，**図1**において，$a=4$のとき，関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフを表す曲線をm，関数$y=-\dfrac{1}{2}x^2$のグラフを表す曲線をn，曲線ℓと曲線mとの交点をA，曲線ℓと曲線nとの交点をB，y軸上にあり，y座標が正の数であり，原点と一致しない点をS，曲線m上にあり，原点と点Aのいずれにも一致しない点をTとした場合を表している。

点Aのx座標が2のとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図3



(1)　関数$y=-\dfrac{1}{2}x^2$について，xの変域$-2\leqq x\leqq b$に対するyの変域が$-8\leqq y\leqq c$となるとき，bとcの値を求めよ。

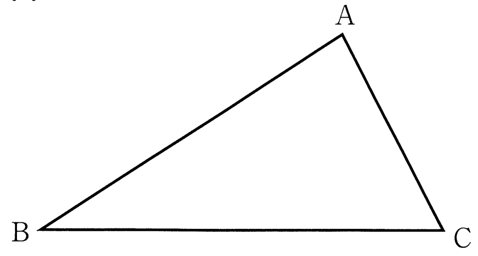
(2)　点Aと点B，点Aと点S，点Aと点T，点Bと点S，点Bと点Tをそれぞれ結んだ場合を考える。

△ABSにおいて，∠BAS $=90°$のとき，△ABSの面積と△ABTの面積が等しくなる点Tの座標を全て求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

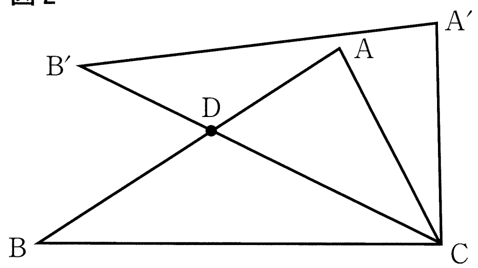
3　右の**図 1** で，△ABC は鋭角三角形である。
次の各問に答えよ。

図 1



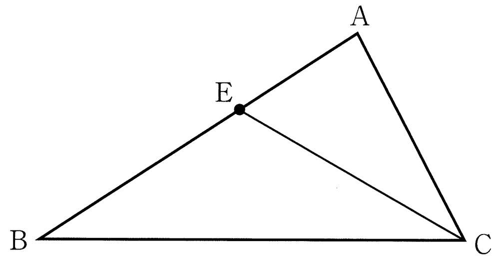
〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，辺 AB 上にあり，頂点 A，頂点 B のいずれにも一致しない点を D とし，△ABC を頂点 C を回転の中心として時計回りに $a°$ 回転移動させた△A′B′C の辺 B′C が点 D を通る場合を表している。
　∠ADC ＝ $b°$ とするとき，∠DB′A′の大きさを，a と b を用いた式で表せ。

図 2



〔問 2〕 右の**図 3** は，**図 1** において，辺 AB 上にあり，BE ＝ CE となる点を E とし，頂点 C と点 E を結んだ場合を表している。
　頂点 A から辺 BC に垂線を引き，辺 BC との交点を H，線分 AH と線分 CE との交点を F とした場合を考える。
　AE ＝ 2 cm，BE ＝ 3 cm，BH ＝ 4 cm のとき，次の（1），（2）に答えよ。

図 3

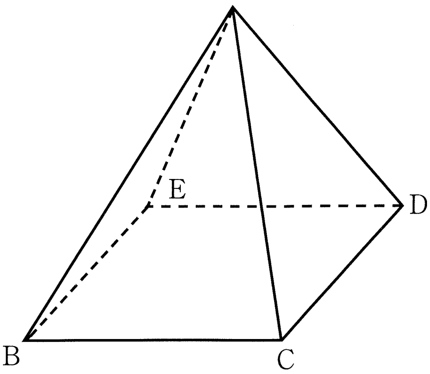


（1） △CHF ∽ △BHA であることを証明せよ。

（2） △CHF の面積を S cm^2，△AEF の面積を T cm^2 とする。
　S：T を最も簡単な整数の比で表せ。

4 右の**図1**に示した立体A-BCDEは，
底面BCDEが1辺の長さ4 cmの正方形で，
AB ＝AC ＝AD ＝AE ＝6 cmの正四角すいである。
次の各問に答えよ。

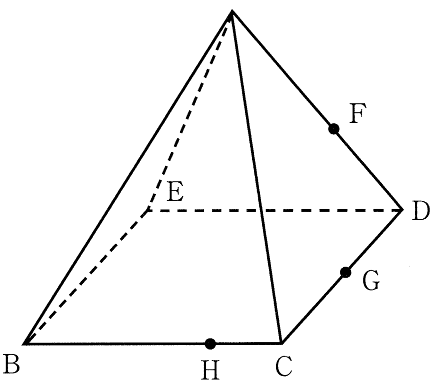
図1



〔問 1〕 立体A-BCDEの表面積は何cm^2か。

〔問 2〕 右の**図2**は，**図1**において，
辺AD上にある点をF，辺CD上にある点をG，
辺BC上にある点をHとし，AF ＝x cm，CG ＝2 cm，
BH ＝3 cmとした場合を表している。
次の（1），（2）に答えよ。

図2



（1） 点Fと点G，点Gと頂点E，頂点Eと点H
をそれぞれ結んだ場合を考える。
x＝3，FG ＋GE ＋EH ＝ℓ cmとしたとき，
ℓの値を求めよ。

（2） 頂点Dと点H，頂点Eと点F，
頂点Eと点H，点Fと点Hをそれぞれ結んだ
場合を考える。
立体F-DEHの体積が $8\sqrt{2}$ cm^3となるとき，
xの値を求めよ。
ただし，解答欄には，答えだけでなく，
答えを求める過程が分かるように，
途中の式や計算なども書け。

1 Answer the following questions.

〔Question 1〕 Calculate $7-\left(-\frac{5}{2}\right)^2\times\left(-\frac{3}{5}\right)$

〔Question 2〕 Simplify $-(b-3a)-\frac{a+3b}{7}$

〔Question 3〕 Simplify $\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{3}}-\frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}{\sqrt{2}}$

〔Question 4〕 Solve the linear equation $-0.2x+10=-1.9-1.9x$ for x.

〔Question 5〕 Solve $\begin{cases} x-6y=8 \\ 8x-2y=18 \end{cases}$ for x and y.

〔Question 6〕 Solve the quadratic equation $(x+3)^2-2(3x+5)=0$ for x.

〔Question 7〕 There are four cards numbered 1, 2, 3 and 4.

A player plays a game where the player picks one of the four cards. Let the number on the chosen card be x. If x is an even number the player gains x points while if x is an odd number the player loses x points from the player's score.

Initially the player begins with a score of zero and the player plays the game twice continuously. The card that was picked in the first game will be returned to the set of cards before picking the card for the second game.

Find the probability that a player's score is 1 after playing the game twice, assuming that each card is equally likely to be chosen.

〔Question 8〕 **Table 1** on the right shows the frequency distribution table of the results of handball throwing in a sports test, which was taken by 30 students.

5 students: V, W, X, Y and Z who did not take the test on the day took the test on another day and the results are shown in **Table 2** on the right.

Choose one from **A** to **D** below that will change when the results of the 5 students in **Table 2** are added to **Table 1**.

Table 1

Class (m)	Frequency (number of people)
at least less than	
5 ～ 10	1
10 ～ 15	4
15 ～ 20	6
20 ～ 25	14
25 ～ 30	4
30 ～ 35	1
Total	30

Table 2

Student	V	W	X	Y	Z
Record (m)	20	17	12	14	29

A The range

B The class where the median belongs to

C Relative frequency of the class for at least 15 m but less than 20 m

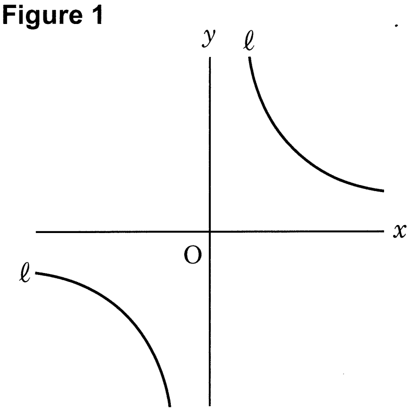
D Cumulative relative frequency of the classes with the result below 20 m

2 **Figure 1** on the right shows the graph where curve ℓ represents the function $y = \frac{a}{x}$ $(a > 0)$. The point O represents the origin.

Assume the distance between the origin and the point $(1,\ 0)$, and the distance between the origin and the point $(0,\ 1)$, are both 1 cm.

Answer the following questions.

Figure 1

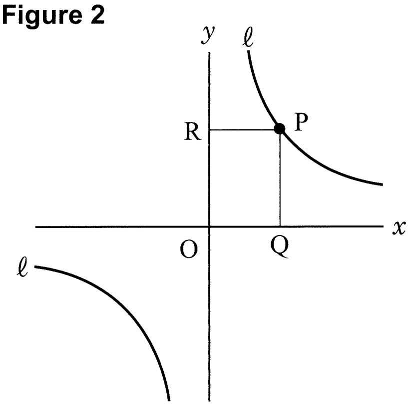


〔Question 1〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where curve ℓ passes through the point with coordinates $(4,\ 3)$, and P is a point on curve ℓ.

Construct a line that passes through point P and is parallel to the y-axis, and let the intersection of the line and the x-axis be Q. Construct a line that passes through point P and is parallel to the x-axis, and let the intersection of the line and the y-axis be R.

Find the area of quadrilateral OQPR.

Figure 2



〔Question 2〕 **Figure 3** on the right shows the case in **Figure 1**, where $a = 4$, curve m represents the function $y = \frac{1}{2}x^2$ and curve n represents the function $y = -\frac{1}{2}x^2$.

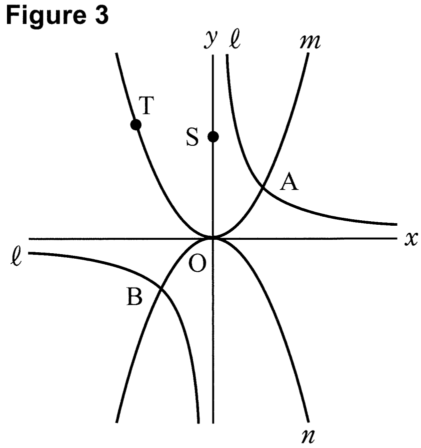
Let the intersection of curve ℓ and curve m be A, and let the intersection of curve ℓ and curve n be B.

Let S be a point on the y-axis with a positive value, and is distinct from point O.

Let T be a point on curve m that is distinct from points O and A.

When the x-coordinate of point A is 2, answer (1) and (2).

Figure 3



(1) Consider the function $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Find the values of b and c such that when the domain of x is $-2 \leqq x \leqq b$, the range of y becomes $-8 \leqq y \leqq c$.

(2) Consider the case where points A and B, points A and S, points A and T, points B and S, and points B and T are connected.

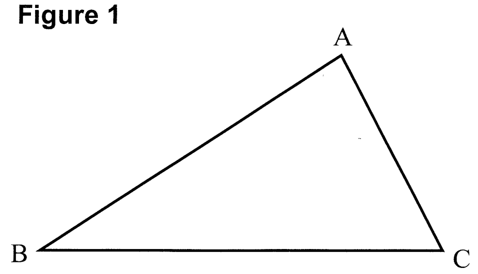
When angle BAS is 90°, find all the possible coordinates of T such that area of triangle ABS = area of triangle ABT.

You must show your working in the answer space.

3 **Figure 1** on the right shows an acute triangle ABC.

Answer the following questions.

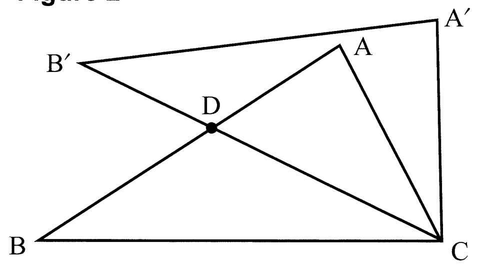
Figure 1



〔Question 1〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where D is a point on side AB, which is distinct from vertices A and B, and triangle A′B′C is obtained by rotating triangle ABC clockwise by a° about vertex C such that side B′C passes through point D.

When angle ADC$= b^\circ$, find angle DB′A′ in terms of a and b.

Figure 2

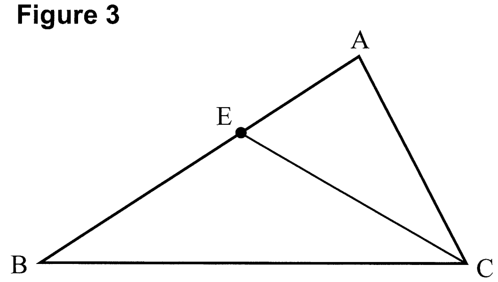


〔Question 2〕 **Figure 3** on the right shows the case in **Figure 1**, where E is a point on side AB such that BE = CE, and vertex C and point E are connected.

Consider the case where a perpendicular line is drawn from vertex A to side BC. Let the intersection of the perpendicular and side BC be H and let the intersection of line segments AH and CE be F.

When AE = 2 cm, BE = 3 cm, BH = 4 cm, answer (1) and (2).

Figure 3



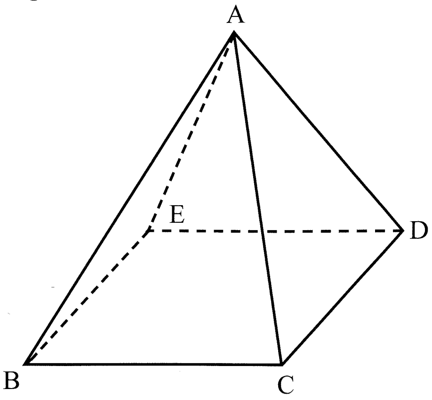
(1) Prove that triangle CHF is similar to triangle BHA.

(2) Let the area of triangle CHF be S and the area of triangle AEF be T.
Find the ratio S : T in its simplest form.

4 **Figure 1** on the right shows a solid A-BCDE which is a right square pyramid with the square base BCDE with 4 cm side, and AB = AC = AD = AE = 6 cm.

Answer the following questions.

Figure 1

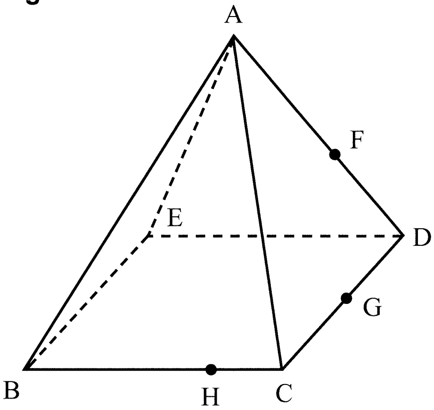


〔Question 1〕 Find the surface area of solid A-BCDE.

〔Question 2〕 **Figure 2** on the right shows the case in **Figure 1**, where F is a point on side AD, G is a point on side CD, H is a point on side BC, AF = x cm, CG = 2 cm and BH = 3 cm.

Answer (1) and (2).

Figure 2



(1) Consider the case where points F and G, point G and vertex E, and vertex E and point H are connected, respectively.

When $x=3$ and FG + GE + EH = ℓ cm, find the value of ℓ.

(2) Consider the case where vertex D and point H, vertex E and point F, vertex E and point H, and points F and H are connected, respectively.

Find the value of x when the volume of solid F-DEH is $8\sqrt{2}$ cm^3.

You must show your working in the answer space.